例題１

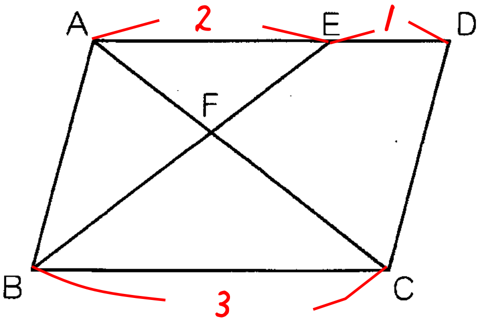
右の図は，平行四辺形ＡＢＣＤの中に直線を２本引いたもので，

ＡＥ：ＥＤ＝２：１

です。

(1)　ＡＦ：ＦＣを求めなさい。

(2)　四角形ＥＦＣＤの面積は平行四辺形ＡＢＣＤの面積の何倍ですか。

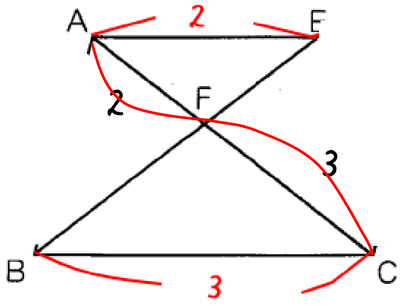


(1) BC ＝ AD ＝ (AE+ED=)3

↓

三角形 FAE と三角形 FCB は ２：３ のクロス型の相似形です。

したがって， AF：FC ＝ AE：BC ＝ ２：３



$\boxed{2:3}$

(2) 右の図で，

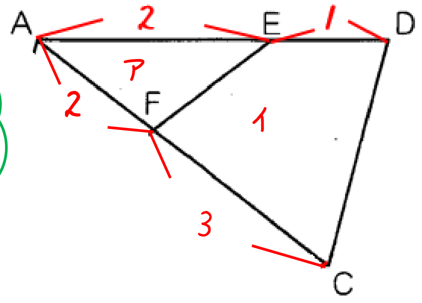
アを三角形小

(ア+イ)を三角形大　とすると，

$\frac{小}{大} = \frac{2}{2+1} \times \frac{2}{2+3} = \frac{4}{15}$

↓

第３回例題３のパターン２を参照



三角形 ACD(大)を１とすると，

イは $1 - \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$ ・・・三角形 ACD の $\frac{11}{15}$ ということ。

三角形 ACD は平行四辺形の $\frac{1}{2}$ だから，

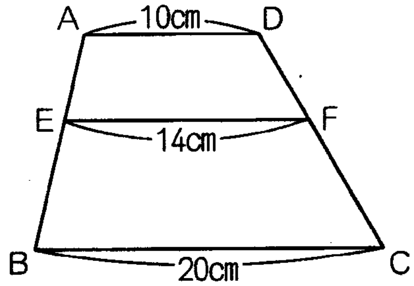
四角形 EFCD(イ)は全体の

$\frac{1}{2} \times \frac{11}{15} = \frac{11}{30}$

$\boxed{\frac{11}{30}}$

例題2

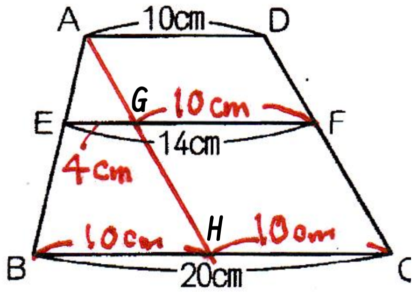
右の図は，台形ABCDの中に直線を1本引いたもので，ADとBCとEFは平行です。AE：EBを求めなさい。



右の図のようにAからDCに平行な直線AHを引きます。

四角形AHCDは平行四辺形になりますから，

AD = GF = HC = 10cm

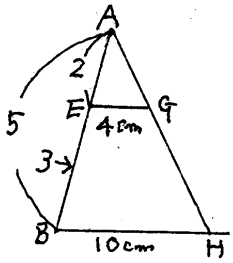


三角形AEG と 三角形ABH はピラミッド型の相似形ですから，

AE : AB = 4cm : 10cm = 2 : 5

したがって，

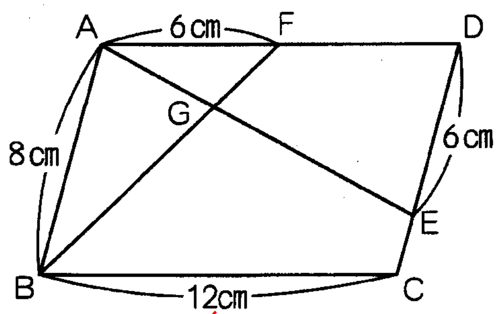
<u>AE : EB</u> = 2 : (5−2) = <u>2 : 3</u>



2 : 3

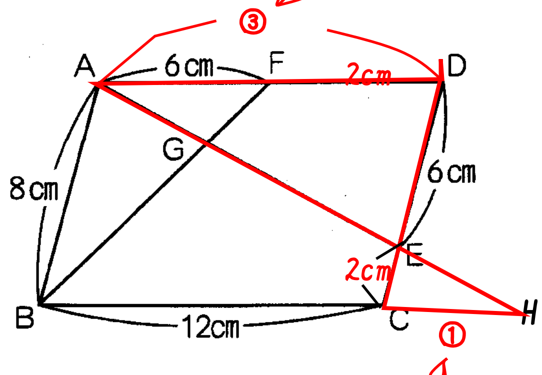
例題3

右の図は，平行四辺形ＡＢＣＤの中に直線を２本引いたものです。ＦＧ：ＧＢを求めなさい。



面積比による解法は次ページ

右の図のように，
直線 AE の延長線と直線 BC の延長線の交点を H とします。



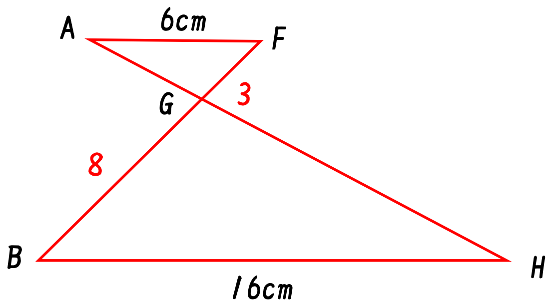
赤枠の2つの三角形はクロス型の相似ですから，

$AD:HC=DE:CE=6\text{cm}:2\text{cm}$
$=3:1$

$AD=BC=12\text{cm}$ より， $CH=12\times\frac{1}{3}=4(\text{cm})$

↓

$BH=(12+4=)16(\text{cm})$



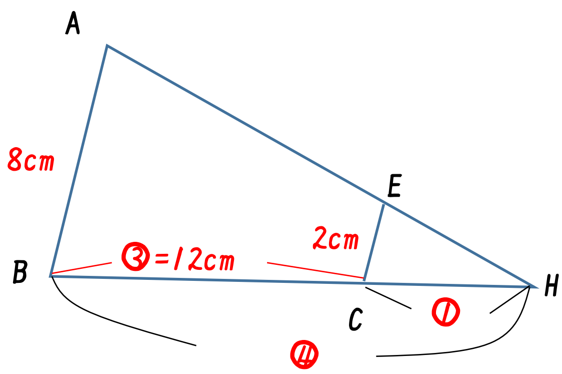
次に右の図の相似を考えます。

この2つの三角形もクロス型の相似形ですから，

$FG:GB=6\text{cm}:16\text{cm}=3:8$

$\boxed{3:8}$

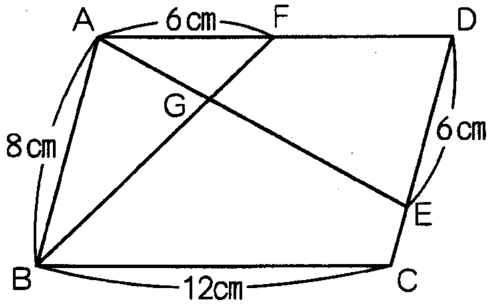
［ここから CH の長さをだすこともできます。］



面積比による解法は次ページ

例題3

右の図は，平行四辺形ＡＢＣＤの中に直線を２本引いたものです。ＦＧ：ＧＢを求めなさい。



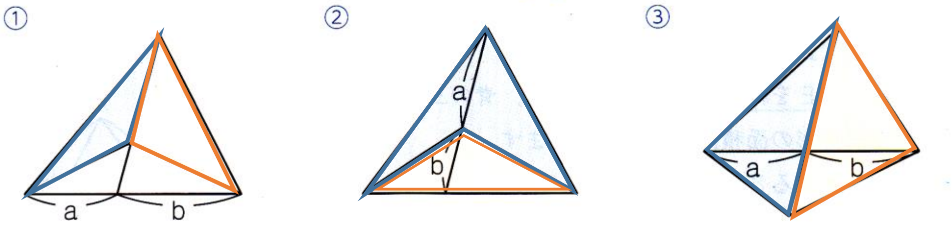
＜面積比を使う解法＞

予習シリーズ P87, P89 参照

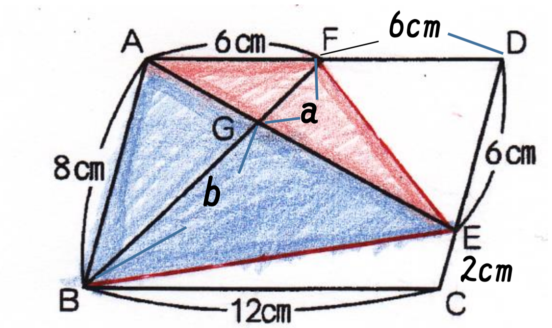
下の①，②，③のどの図についても，青の部分とオレンジの部分の面積について，

青：オレンジ＝a：b

が成り立つ。



次の公式のパターン3を使います。



右の図の 赤：青の面積の比が a ： b です。

三角形 ADE と三角形 ABE の面積比は AE が共通ですからから，

6cm ： 8cm ＝ $\boxed{3}$：$\boxed{4}$

赤の部分は 三角形 ADE の$\frac{1}{2}$ ですから，

F は AD の中点

$\boxed{3}\times\frac{1}{2}=\boxed{1.5}$

↓

a ： b ＝ 1.5 ： 4 ＝ 3 ： 8

3 ： 8

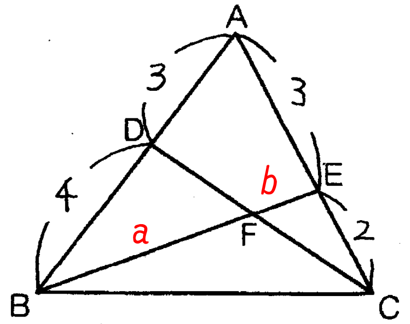
例題4

右の図は，三角形ＡＢＣの中に直線を２本引いたものです。

ＡＤ：ＤＢ＝３：４

ＡＥ：ＥＣ＝３：２

のとき，ＢＦ：ＦＥを求めなさい。



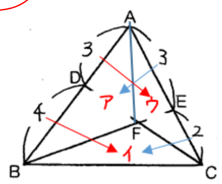
［解1］ＡとＦを結び3つの三角形に分けます。　P87公式参照

ア:イ=3 : 2 ⇒ 6 : 4

ウ:イ=3 : 4

イを4にそろえる

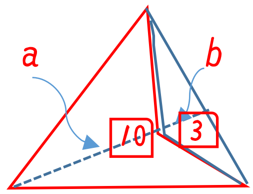
ア:イ:ウ=6 : 4 : 3



a : b を求めますから，公式より，

(ア+イ):ウ = (6+4):3

= 10 : 3



$\boxed{10:3}$

［解2］ＤとＥを結びます。

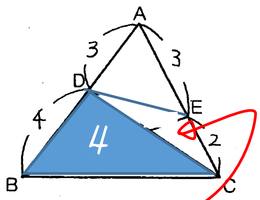
青の面積を4とすると，

三角形ADCの面積は3

すると，AE:EC=3:2だから，

三角形DECの面積は

$3\times\frac{2}{3+2} = \frac{6}{5}$



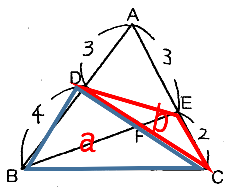
右の図で，

青枠の面積:赤枠の面積

$= 4 : \frac{6}{5}$

= 20 : 6

= 10 : 3



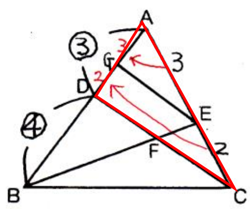
$\boxed{10:3}$

［解3］ＥからCDに平行な直線EGを引きます。

赤枠の三角形に着目すると，

AG : GD = AE : EC

= 3 : 2



AD=③ですから，GDを○で表すと，

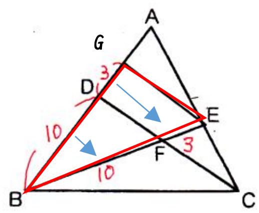
$GD=3\times\frac{2}{3+2}=\frac{6}{5}$

$BD : DG(GD)=4 : \frac{6}{5} = 10 : 3$

次に，三角形BEGに着目すると，

BF : FE = BD : DG

= 10 : 3



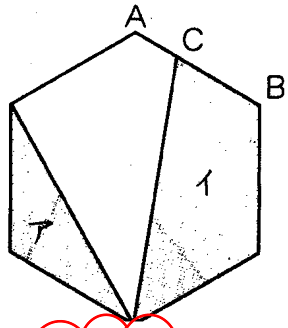
$\boxed{10:3}$

例題5

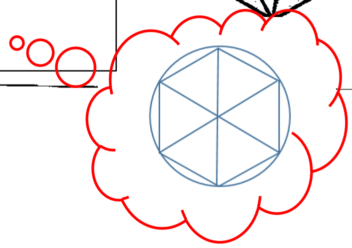
右の図は，面積が90㎠の正六角形の中に直線を２本引いたもので，

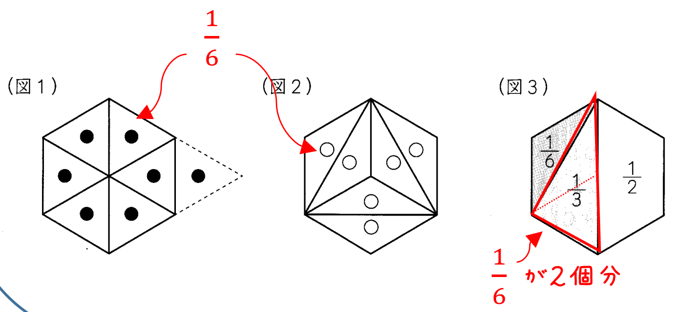
ＡＣ：ＣＢ＝１：２

です。図形ア，イの面積はそれぞれ何㎠ですか。



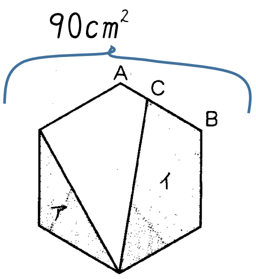
円に内接するように半径を1辺とする正三角形を6個かくと正六角形になります。(※これが基本です。)





(1)

アの面積は，上の(図 2)パターンですから，

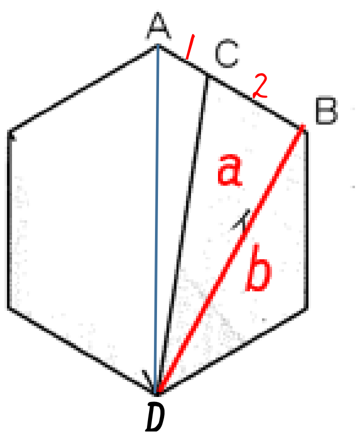


$$90\times\frac{1}{6} = 15(cm^2)$$

$\boxed{15cm^2}$

(2)

イを a と b に分けます。



三角形ADBは(図 3)のパターンですから全体の $\frac{1}{3}$

⇒ aは $\frac{1}{3}\times\frac{2}{1+2} = \frac{2}{9}$　bは$\frac{1}{6}$

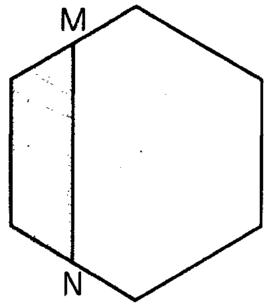
したがって，イの面積は，

$$90\times\left(\frac{2}{9}+\frac{1}{6}\right) = 90\times\frac{7}{18} = 35(cm^2)$$

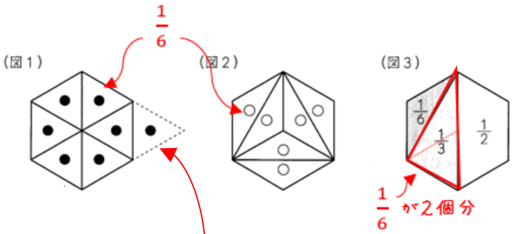
$\boxed{35cm^2}$

例題6　難関校対策

右の図は，面積が48㎠の正六角形の中に直線を１本引いたもので，点M，Nはどちらも辺の真ん中の点です。色のついた部分の面積は何㎠ですか。

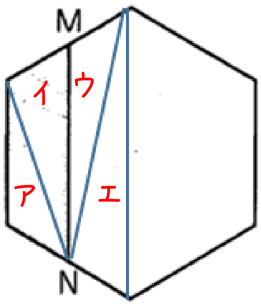


［参考］



［解 1］

右の図のように4つの三角形に分けます。



アは（図 2）の○の半分ですから，

$\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}=\boxed{\frac{1}{12}\cdots ア}$

エは（図 3）赤枠の半分ですから，

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}\cdots エ$

ア＋イ＋ウ＋エ$=\frac{1}{2}$　より，

イ＋ウ$=\frac{1}{2}-(\frac{1}{12}+\frac{1}{6})=\frac{1}{4}$

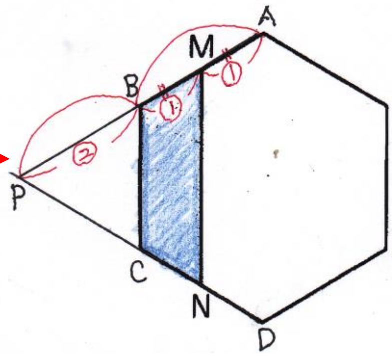
イ＝ウ　より，　イは $\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\boxed{\frac{1}{8}\cdots イ}$

求める面積は，　ア＋イ　なので，

$48\times(\frac{1}{12}+\frac{1}{8})=10(cm^2)$

$\boxed{10cm^2}$

［解 2］



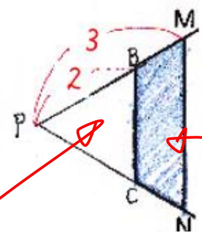
AB と DC を延長し，その交点を P とします。

三角形 PBC は中にできる正三角形と合同です。

したがって，

AM=1 とすると，AM=BM=1 ⇒ PB=2

ここで，
三角形 PBC と
三角形 PMN の相似比は
2 : (2+1)= 2 : 3



⇩

三角形 PBC と三角形 PMN の面積比は
(2x2) : (3x3) = 4 : 9

色付き部分の面積の比は　(9−4=) 5

求める面積は　正三角形の$\frac{5}{4}$倍です。

$48\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{4}=10(cm^2)$

$\boxed{10cm^2}$