

ステップアップ

道順の利用

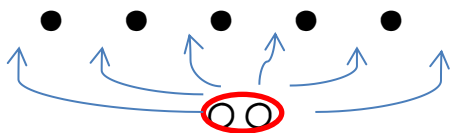
(3)は予習シリーズの別解です。

白石が 2 個と黒石が 5 個あります。この 7 個のご石を横 1 列に並べるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 白石 2 個がとなりあっている並べ方は、全部で何通りありますか。
- (2) 全部で何通りの並べ方がありますか。
- (3) 右の図のように、①から⑥のどの線で区切っても、区切られた左側の石が必ず黒石が白石より多くなるような並べ方は何通りありますか。



(1) まず、黒石 5 個を並べ、縄でしばった白石 2 個を図のように黒石の両端や間に並べます。

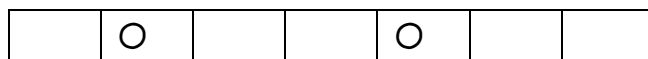


両端が 2 か所、間が 4 か所で、2 個の白には順番がないので、そのまま、  
 $2+4=6$  通り

6 通り

(2) 全部並べたときの個数は 7 個ですから 7 個入る箱をかきます。

(例)



ここから、2 個の白石の場所を決めれば黒石の場所は自動的に決まります。

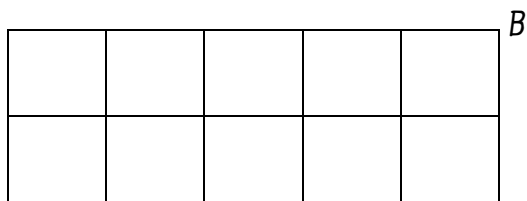
↓

7 から 2 選ぶ方法

$$\frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21 \text{ 通り}$$

21 通り

(2) 別解 ※道順の応用



A

白を上方向、黒を右方向へ進むとします。

1 ますの長さを  $1cm$  とすると、

A から B までの最短距離はどこを通過しても

合計  $7cm$  です。

上方向が  $2cm$  になる通り数を決めればよい。

「7つの異なるものの中から2つを選ぶだけ」ことと同じことです。

↓

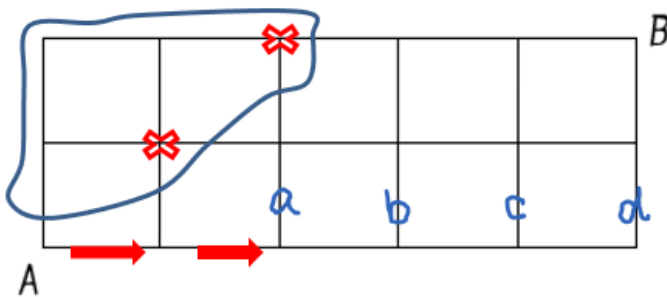
$$\frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21 \text{ 通り}$$

21 通り

(3) 予習シリーズの解法 (道順の応用)

黒の右方向が先に 2cm になるように工夫をします。

図の X 印を通らないようにすれば、スタートから黒石の右方向の 2 つが決まります。



上方向の上り口は a, b, c, d  
の 4 つで

a からは 3 通り

b からも 3 通り

c からは 2 通り

d からは 1 通り

$$3 + 3 + 2 + 1 = 9 \text{ 通り}$$

9 通り

予習シリーズの別解

(3) 白石が 2 個なので同数の  
黒石を左に並べてしまいます。



残りの 5 個のうち 白  
2 個の場所を決めれば自動的に黒が決  
まります。

	A	B	C	D	E
AB	●●	○○		●●	●●
AC	●●	○●	○●	●●	●●
AD	●●	○●●	○●	●●	●●
AE	●●	○●●●	○	●●	○
BC	●●	●○	○●	●●	●●
BD	●●	●○	●○	●●	●●
BE	●●	●○	●●	●●	○
CD	●●	●●	○	○	●●
CE	●●	●●	○●	○	○
DE	●●	●●	●○	○	○

白石が AB にあるとき  
赤線の場所で切ったと  
き黒白が同数になって  
しまいます。

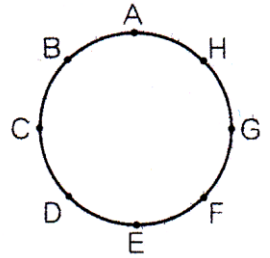
したがって、必ず黒石  
が白石より多くなるの  
はこの 9 通りです。

9 通り

ステップアップ

図形と場合の数

右の図のように円周を8等分する点A~Hがあります。このうち3つの頂点を結んで三角形を作ります。



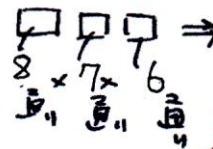
- (1) 三角形は全部で何個できますか。
- (2) 直角三角形は何個できますか。
- (3) 合同な三角形を1種類とすると、何種類の三角形ができますか。

(1) 8個の点から3個選びます。

ここで、例えば「A, B, C を選ぶ」とすると

- とすると
- A, B, C
  - A, C, B
  - B, C, A
  - B, A, C
  - C, A, B
  - C, B, A
- この6つは同じ三角形になるのよ。  
6でわります。

とにかく、選んで並べる。  
そして、6でわる。



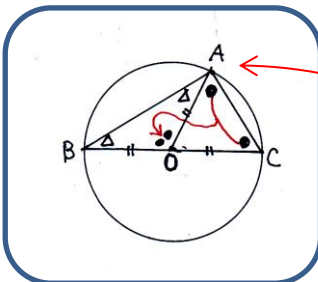
$$\frac{8 \times 7 \times 6}{6} = 56$$

3 × 2 × 1

↓  
56個

2個選ぶときは2でわり  
3個選ぶときは6でわります。

56個



左の図で、Oは円の中心でBCは直径です。

OC=OA=OB=半径なので2つの三角形は二等辺三角形です。

三角形の内角の和は180度より、

$$\bullet + \bullet + \Delta + \Delta = 180 \text{ 度} \rightarrow \bullet + \Delta = 90 \text{ 度}$$

よって、角Aは直角

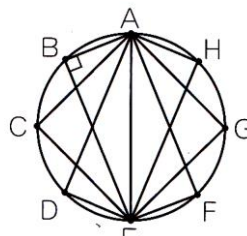
(2) 上の説明より、直径を1辺とする三角形はすべて直角三角形になります。

直径を1辺とする三角形は下の図のように6通りで、直径は、AE, BF, CG, DHの4通りあるので、

直角三角形の個数は

$$6 \times 4 = 24 \text{ 個}$$

24個

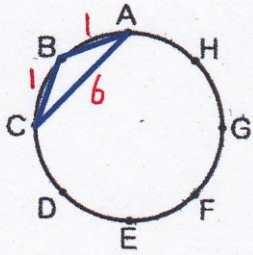


(3) 合同な三角形を 1 種類とすると、何種類の三角形ができますか。

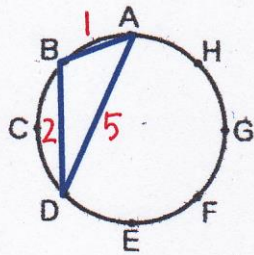
★3 辺の辺の長さで三角形の種類を区別します。

頂点 A を基準にして考えると下の 5 種類になります。

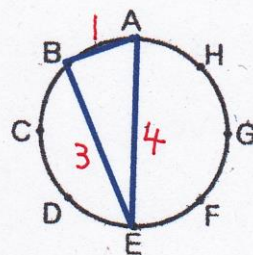
(☆印の 3 個は二等辺三角形になります。)



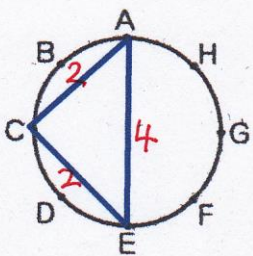
☆ (1, 1, 6)



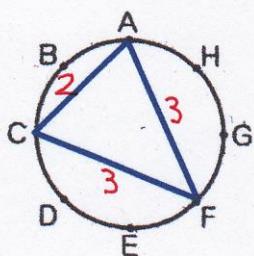
(1, 2, 5)



(1, 3, 4)



☆ (2, 2, 4)



☆ (2, 3, 3)

5 種類