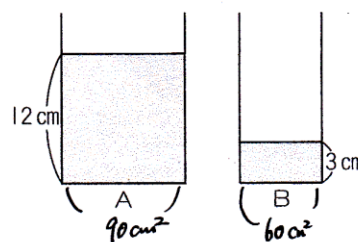


水の入った容器

- ☐① 右の図のような2つの角柱の容器があります。Aは底面積が 90 cm^2 で 12 cm の深さまで水が入っていて、Bは底面積が 60 cm^2 で 3 cm の深さまで水が入っています。Aの容器の水をBに移して水の深さを等しくすると、水の深さは何cmになりますか。



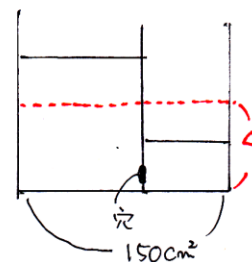
AとBの容器をくっつけて 側面に穴をあけます。

Aの水はBに流れて 平らになります。

すなわち 底面積が $90+60=150\text{ cm}^2$ の1つの容器と考えることができます。

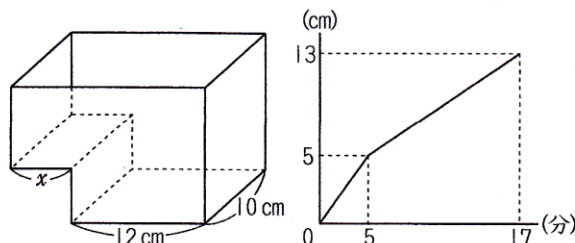
$$\begin{aligned} \text{Aの水の体積} &= 90 \times 12 = 1080\text{ cm}^3 \\ \text{Bの水の体積} &= 60 \times 3 = 180\text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{水の合計} &= 1080 + 180 \\ &= 1260\text{ cm}^3 \\ \Delta &= 1260 \div 150 \\ &= 8.4\text{ (cm)} \end{aligned}$$



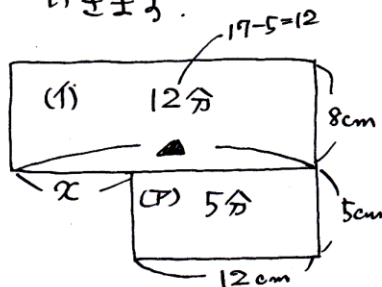
8.4 cm

- ☐② 右の図のような、直方体を組み合わせた形の水そうに一定の割合で水を入れました。右のグラフは、水を入れ始めてからの時間と水そうの底面から水面までの高さの関係を表したものです。



- ① 図の x の長さは何cmですか。
② 水を入れ始めてから10分後の水面の高さは何cmですか。

- ① 奥行きは 10 cm は上も下も共通であから考えにいれないで面積だけを比べていきます。



$$\begin{aligned} \text{(P)の面積は} &= 12 \times 5 = 60\text{ cm}^2 \\ \text{5分で} &= 60\text{ cm}^2 \text{ 上昇} \\ \text{1分では} &= 60 \div 5 = 12\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

(I)は12分より(P)の面積は

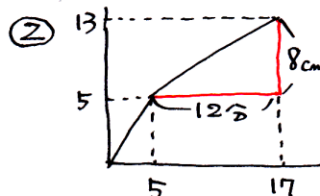
$$12 \times 12 = 144\text{ cm}^2$$

$$\Delta = 144 \div 12 = 12\text{ (cm)}$$

$$x = 12 - 6 = 6\text{ (cm)}$$

$$= 6\text{ (cm)}$$

6 cm



5分後からは

12分で 8 cm 上昇。

$$1\text{ 分では } \frac{8}{12} = \frac{2}{3}\text{ (cm) 上昇}$$

5分間では

$$\frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}\text{ cm 上昇}$$

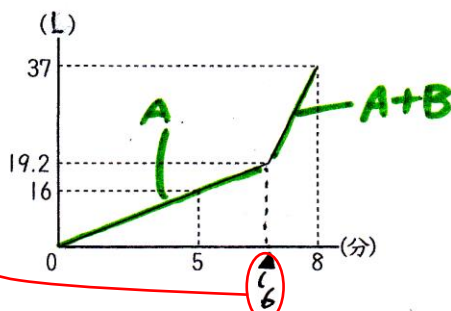
したがって10分後の水面の高さは

$$5 + 3\frac{1}{3} = 8\frac{1}{3}\text{ (cm)}$$

$8\frac{1}{3}\text{ cm}$

水の入った容器

- ③ A管, B管のついた直方体の水そうがあります。この水そうに, はじめ, A管だけで水を入れ, 途中からA管とB管で水を入れました。右のグラフは, 水を入れ始めてからの時間と水そうに入った水の量の関係を表しています。B管からは毎分何Lの水が入りますか。



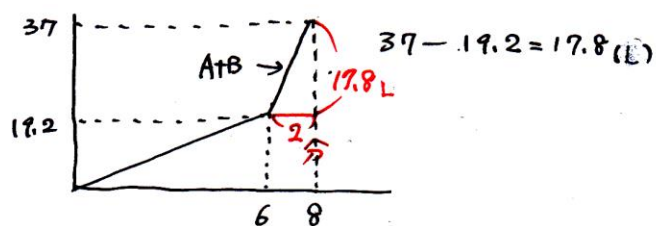
A管だけで何分入れたか?を知りたいので▲を出します。

5分で16L入りますから

1分では $16 \div 5 = 3.2$ (L)

19.2L入るには何分かかるか?

$19.2 \div 3.2 = 6$ (分)▲



AとBの2つの管からは2分で17.8L入るので1分では

$17.8 \div 2 = 8.9$ (L) A+B

A管から3.2 (L/分) なので

B管からは

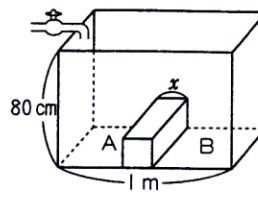
$8.9 - 3.2 = 5.7$ (L/分)

毎分5.7L入る。

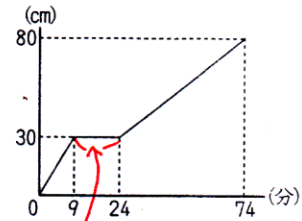
毎分5.7L

水の入った容器

4 右の図のような、横が1m、深さが80cmの直方体の水そうがあります。この水そうには直方体の仕切りがあり、底面がA、B2つの部分に分けられています。右のグラフはAの部分に一定の割合で水を入れたときの時間と、Aの部分の水の深さの関係を表したものです。



(図1)



(図2)

- ① AとBの部分の底面積の比を求めなさい。
- ② 図のxの長さは何cmですか。

Bに水が流れこんでいる時間
24-9=15分

正面から見た図を書き、A、Bに入るのにかかる時間を書き入れます。

①

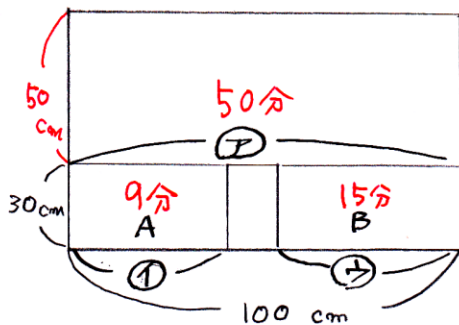


図2よりAの部分に水が入るのに9分かかり、仕切り板の高さが30cmということがわかります。

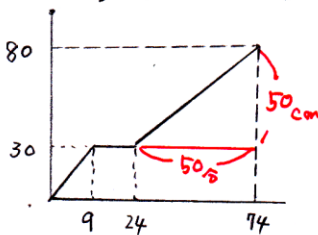
またBに水が流れこんでいる時間は24-9=15分となります。

AとBは高さも、奥行きも同じなので時間の比が、すなわち底面積の比になります。

	(A)	(B)
底面積	9	15
	= 3	= 5

3 : 5

② 図2から上の段が100cmに50分かかります。

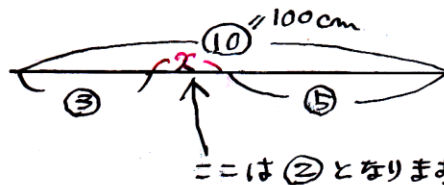


こゝで (15分) 50分と9分を面積と考える。②と①の長さの比を出します。

面積比をよこ

② ... 50分 ÷ 50 = 1	} → ② : ① : ③ = 1 : 0.3 : 0.5 = 10 : 3 : 5
① ... 9分 ÷ 30 = 0.3	
③ ... 15分 ÷ 30 = 0.5	

②の長さは100cmなので



こゝは②となります。

② = 100cm
① = 10cm
よって ②は
10 × 2 = 20cm

20cm

面積比をよこ

順列組み合わせ(1)

①

A君 B君 C君 D君
議長 副議長
(4通り) × (3通り)
A, B, C, Dの 4通り
残りの3通り
 $4 \times 3 = 12$ (通り)

12通り

★ 順番があるときは

議長 副議長
A - B
B - A

②

「AとBがとりあう」
↓
AとBを赤でいぼる。
(A, B)と1人に計算する。

(A, B) C, D, E の4人の
すわる場所を決めます。

(4通り) (3通り) (2通り) (1通り)

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (通り)

(B, A)もあるので

$24 \times 2 = 48$ (通り)

48通り

③

男子 女子
4人 5人
↓ 2人選ぶ ↓ 1人選ぶ
川頁番がなく
ただ選ぶだけ。

$N \times (N-1) \div 2$

$4 \times 3 \div 2 = 6$ (通り)

$6 \times 5 = 30$ (通り)

30通り

川頁番がないときは辞書式。

A B C D 6通り

④

白白白白 赤赤
場所に名前をつけます。

A B C D E F

赤の2つが入る場所が決まれば
残りに白をはてはめればよい。

6つの場所から2つの場所を選ぶ

$N \times (N-1) \div 2$

$6 \times 5 \div 2 = 15$ (通り)

15通り

(樹形図)

A B C D E F

B C D E F

C D E F

D E F

E F

赤2つの
場所
15通り

順列組み合わせ(1)

- 5 A, B, C, D, E, F の6人が旅行に出かけ、ある旅館で4人部屋と2人部屋に分かれて泊まることになりました。A, Bの2人が同じ部屋に泊まる場合は何通りありますか。

A, B が4人部屋に入るとき と 2人部屋に入るときに分けます。

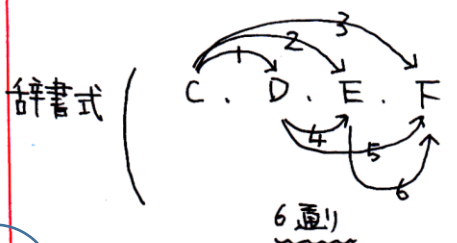
(1) A, B が4人部屋に入るとき



この中からあと2人を選びます。

計算の方法
4人から2人を選ぶ
 $(4 \times 3) \div 2$
= 6通り

◎ 4人部屋に入る人さえ分れば、残りの2人は自動的に2人部屋になります。



(2) A, B が2人部屋に入るとき



残りの4人はそのまま4人部屋になりますから 1通りです。

以上より $6 + 1 = 7$ (通り)

7通り

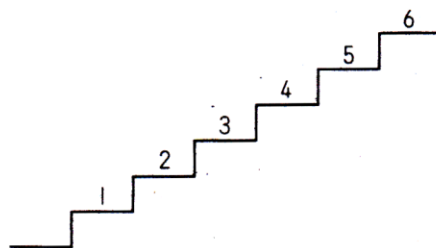
異なるN個のものから2個を選ぶ組み合わせの数は、 $N \times (N-1) \div (2 \times 1)$
異なるN個のものから3個を選ぶ組み合わせの数は、 $N \times (N-1) \times (N-2) \div (3 \times 2 \times 1)$

注意!

N個から3を選ぶときは
 $3 \times 2 \times 1 = 6$ より
 $\div 6$ です。

順列組み合わせ(1)

- 6 右の図のような6段の階段があります。1段上がり、または2段上がりで上がっていきます。このとき、上がり方は全部で何通りありますか。



もし階段が1段だとすると上がり方は1通り
 2段だとすると、1段ずつ2回と、2段を1回の2通りです。
 $\begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$ (1段) の2通り

このように場合分けをしていくと、ある規則性が見えます。

階段が1段のとき 1 1通り

“ 2段のとき $\begin{matrix} 1 & + & 1 \\ 2 \end{matrix}$ 2通り

“ 3段のとき $\begin{matrix} 1 & + & 1 & + & 1 \\ 1 & + & 2 \\ 2 & + & 1 \end{matrix}$ 3通り

“ 4段のとき $\begin{matrix} 1 & + & 1 & + & 1 & + & 1 \\ 2 & + & 1 & + & 1 \\ 1 & + & 2 & + & 1 \\ 1 & + & 1 & + & 2 \\ 2 & + & 2 \end{matrix}$ } 5通り

解法を覚えよう

前の2つの和が次の数になる「フィボナッチ数列」になります。

階段の数	1段	2段	3段	4段	5段	6段
	1	2	3	5	8	13

6段の階段の上がり方は
 $5 + 8 = 13$ (通り)

13通り

順列組み合わせ(2)

①

サイコロ問題はマス目に書いた方が確実です。

大	小	1	2	3	4	5	6
1			○				
2				○			
3	○				○		
4		○				○	
5			○				
6				○			

大-小=2, 小-大=2に○印をつけます。

上の8通りです。

8通り

②

サイコロが3つのときはマス目が書けないので、次のように列めます。

・1から6の数を3つ使って7になる組み合わせを考えます。

(1, 1, 5) ----- (ア)

(1, 2, 4) ----- (イ)

(1, 3, 3) ----- (ウ)

(2, 2, 3) ----- (エ)

(ア)は $\begin{matrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 5 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \end{matrix}$ の3通り

(ウ)と(エ)も同じ数字が2つあるから(ア)と同じ3通りです。

(イ)は $\begin{matrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \end{matrix}$ } 6通り

したがって

$$3 \times 3 + 6 = 15 \text{ (通り)}$$

15通り

③

0 1 2 3 4 5

5の倍数になるのは1の位が0か5のときです。

(ア) 百の位 十の位 一の位
5通り 4通り 0
1, 2, 3, 4, 5 残りの4通り
の5通り

$$5 \times 4 = 20 \text{ (通り)} \text{--- (ア)}$$

(イ) 百の位 十の位 一の位
4通り 0 5
0と5以外の4通り 0を含む残りの4通り

$$4 \times 4 = 16 \text{ (通り)} \text{--- (イ)}$$

したがって全部で

$$20 + 16 = 36$$

36個

36個

順列組み合わせ(2)

4

{ 0 2 3 6 7 }

3の倍数になる組み合わせは右のようになります。
(3数をたして3の倍数になる)

(0, 2, 7) ... (ア)
(0, 3, 6) ... (イ)
(2, 3, 7) ... (ウ)
(2, 6, 7) ... (エ)

(ア)の場合

2 0 7
7 0
7 0 2
2 0

(イ)も同じパターンですから
4通りです。

(ウ)の場合

2 3 7
7 3
3 2 7
7 2
7 2 3
3 2

(エ)も同じパターンですから
6通りです。

したがって全部で
4 + 4 + 6 + 6 = 20

20個

5

100円...2枚
50円...1枚
10円...3枚

一部または全部を使ってできる種類

100円玉, 50円玉, 10円玉の使い方は

100円玉は3通り.
50円玉は2通り.
10円玉は4通り.

この組み合わせになります。

100円	50円	10円
2枚	1枚	3枚
1枚	1枚	2枚
0枚	0枚	1枚
0枚	0枚	0枚

3 × 2 × 4 = 24(通り)

0枚-0枚-0枚の1通りが含まれているので、24から引きます。

24 - 1 = 23(通り)

23通り

10円, 50円, 80円の3種類の切手があります。この3種類の切手を組み合わせてちょうど300円分にします。切手の組み合わせは全部で何通りありますか。ただし、どの切手も1枚以上使うものとします。

式をつくらずする方法(四科の角解説)もありますが大変複雑になります。

この手の問題は金客員の大玉方から(80円)決めて表を作っていきます。

(ア) 80円切手を3枚買ったとき

80 × 3 = 240 300 - 240 = 60(円) ... 残り

50円切手	1枚	...	1通り
10円切手	1枚		

(イ) 80円切手を2枚買ったとき

80 × 2 = 160 300 - 160 = 140(円) ... 残り

50円切手	2枚	1枚	...	2通り
10円切手	4枚	9枚		

(ウ) 80円切手を1枚買ったとき

80 × 1 = 80 300 - 80 = 220(円) ... 残り

50円	4枚	3枚	2枚	1枚	...	4通り
10円						

ニは自動的に決まる

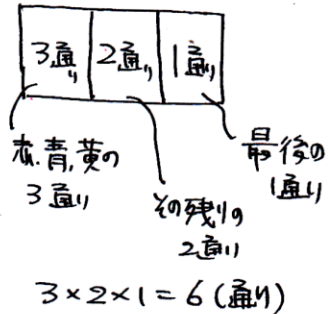
したがって全部で

1 + 2 + 4 = 7(通り)

7通り

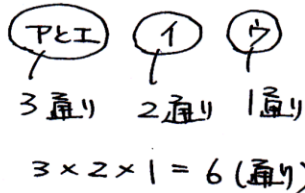
いろいろな場合の数(1)

1 3色で3か所をぬります。



6通り

2 3色で4か所をぬります。
同じ色をつかえるのは
アとエです。

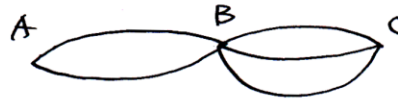


ぬり分ける

||
となりあう所が同じ色では
いけない。

6通り

3



A → B ... 2通り

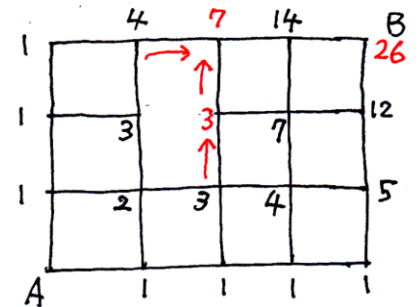
B → C ... 3通り

$2 \times 3 = 6$ 通り

6通り

4

Xの道をとって行くと下のようになります



26通りになります。

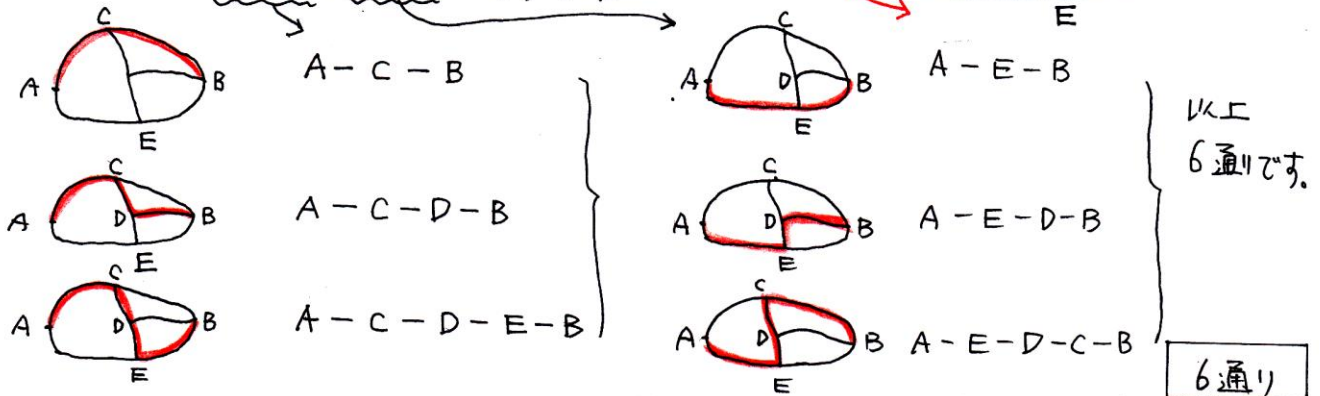
XのFPの所は注意!

26通り

いろいろな場合の数(1)

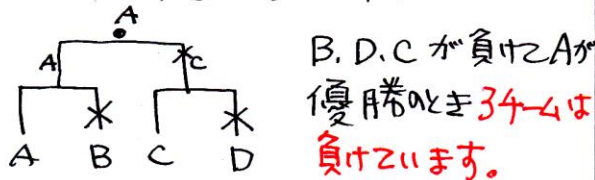
- 5 右の図のような道があります。AからBまで、同じ道を通らないで行く方法は何通りありますか。

まずAからC方向とE方向に分けます。



- 6 抽選で決められた相手とだけ戦うのをトーナメント(勝ち抜き戦)といいます。

例えばA B C Dの4チームのとき



4チームのとき3試合で勝負がつきます。

Nチームのトーナメントの試合は(N-1)試合。

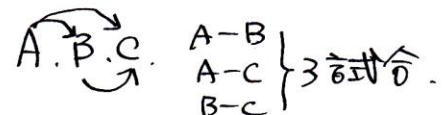
49チームですから

$$49-1=48(\text{試合})$$

48 試合

- 7 出場するチーム全員と戦うのをリーグ戦(総当たり戦)といいます。

例えば A, B, C の3チームのとき



つまり3から2を選ぶ選び方です。

したがってNチームあるときのリーグ戦の試合数は $N \times (N-1) \div 2$

8チームですから

$$8 \times 7 \div 2 = 28(\text{試合})$$

28 試合