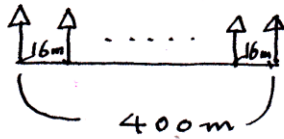


植木算

11

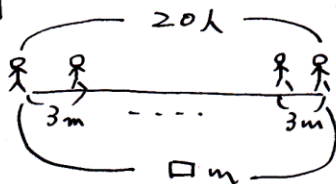


両はしに植えると
木の本数 = 間の数 + 1

$$\begin{aligned} \text{間の数} & \dots 400 \div 16 = 25 \\ \text{木の本数} & \dots 25 + 1 = 26(\text{本}) \end{aligned}$$

26本

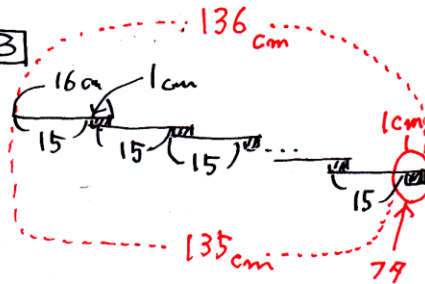
12



$$\begin{aligned} 3\text{m} \times (\text{間の数}) & = \text{道のり} \\ \text{間の数} & \text{は } 20 - 1 = 19 \\ \text{したがって} \\ \text{求める長さは} \\ 3 \times 19 & = 57(\text{m}) \end{aligned}$$

57m

13



のり136のきり分をとった15cm
が1つの周期になります。

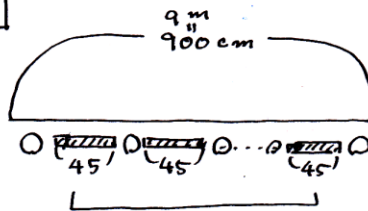
↓
すると最後に1cmが残るので
全1本から1cmを引きましょう。

$$136 - 1 = 135(\text{cm})$$

$$\begin{aligned} \text{テープの本数は} \\ 135 \div 15 & = 9(\text{本}) \end{aligned}$$

9本

14



$$\begin{aligned} \text{糸のはばの合計} \\ \dots 45 \times 8 & = 360(\text{cm}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{糸と糸の間かきの合計} \\ \dots 900 - 360 & = 540(\text{cm}) \end{aligned}$$

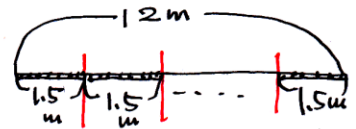
$$\begin{aligned} \text{間かきの個数} \\ \dots 8 + 1 & = 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{間かきの長さ} \\ \dots 540 \div 9 & = 60(\text{cm}) \end{aligned}$$

60 cm

15

- ・1回切るのに3分
- ・1分の休み



$$\begin{aligned} \text{切る場所} & \dots (\text{木の本数} - 1) \\ 12 \div 1.5 - 1 & = 7(\text{箇所}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{1本休む回数(最後に休むとは休まない)} \\ 7 - 1 & = 6(\text{回}) \end{aligned}$$

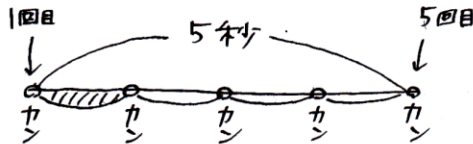
$$\begin{aligned} \text{したがってかかる時間は} \\ 3 \times 7 + 1 \times 6 & = 27(\text{分}) \end{aligned}$$

27分

植木算

- 6 ある柱時計は、5時の鐘を打つとき、打ちはじめてから5回目の鐘がなるまでに5秒かかります。
9時の鐘を打つとき、打ちはじめてから9回目の鐘がなるまでに何秒かかりますか。

1回目に鐘がなってから5秒かかっていますから下の図のようになります。



間隔の数が4個あります。

$$\text{1つの間隔の時間} \dots 5 \div 4 = 1.25 \text{ (秒)}$$

同様に考えると9回目の鐘がなるまでに間隔の数は $9-1=8$ (個) あります。

$$\text{したがって } 1.25 \times 8 = 10 \text{ (秒)}$$



10秒

- 7 池のまわりに、20 mおきに木を植えるのと16 mおきに木を植えるのとでは、木の本数が10本ちがいます。この池のまわりの長さは何mですか。

池のまわりですから、木の本数と間隔の数は同じです。

20 mおきに植える本数を□本とすると、
池のまわりの長さは $20 \times \square$ (m) ----- (ア)

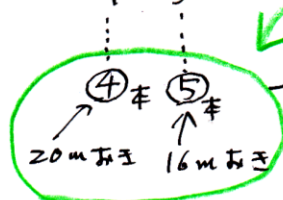
16 mおきに植える本数を△本とすると
池のまわりの長さは $16 \times \Delta$ (m) ----- (イ)

池のまわりの長さは同じですから (ア) = (イ) です。

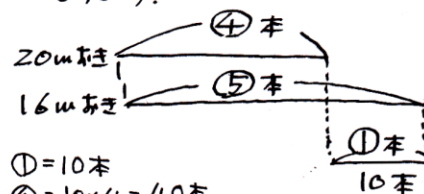
$$20 \times \square = 16 \times \Delta$$

ここで□と△の本数の比を出します。

$$\begin{aligned} \square : \Delta &= \frac{1}{20} : \frac{1}{16} \\ &= 4 : 5 \end{aligned}$$



10本の差がありますから、下のようになります。



木の本数と間隔の数は同じですから、 $20 \times 40 = 800$ (m)

(ポイント)

左の本数の比の考え方。

20 mおきに植えた方が、16 mおきに植えたより当然本数は少なくなります。

池のまわりの長さは同じですから本数は間隔のきの逆比になります。

本数の比は $\frac{1}{20} : \frac{1}{16} = 4 : 5$ となります。

800 m

周期算

①

4個
1, 1, 9, 2 が1つの
周期です。

$$50 \div 4 = 12 \text{ あり } 2$$

1, 1, 9, 2 } 12個
⋮
1, 1, 9, 2 }

1, 1 }
↑
あとの2個

したがって

$$(1+1+9+2) \times 12 + (1+1)$$

$$= 13 \times 12 + 2$$

$$= 158$$

158

②

一の位の数
↓
3 ----- 3
3×3 ----- 9
3×3×3 ----- 7
3×3×3×3 ----- 1
3×3×3×3×3 ----- 3
3×3×3×3×3×3 ----- 9
⋮

4個
一の位の数は 3, 9, 7, 1 の
4つの数のくり返しになります。
(周期)

$$77 \div 4 = 19 \text{ あり } 1$$

19回くり返して、はじめの数に
なるので、3 となります。

3, 9, 7, 1
⋮
3, 9, 7, 1 } 19かい

③ ← あり 1

3

③

$$\frac{21}{37} = 21 \div 37$$

$$= 0.567 \text{ } 567 \dots$$

小数点以下は 5, 6, 7, の3つの
数字のくり返しになります。

$$20 \div 3 = 6 \text{ あり } 2$$

6回くり返して、あとの2個

5, 6, 7.
↑ ↑
余り 余り 2

6

④

当日を入れて日数と計算
します。

(火) 5/9 ~ 5/31 ... 31-9+1 = 23日
6月 30日
7月 31日
8/1 ~ 8/24 ... 24-1+1 = 24日

$$23 + 30 + 31 + 24 = 108 \text{ (日)}$$

7日の周期ですから7で割
ります。

$$108 \div 7 = 15 \text{ あり } 3$$

15回くり返して、前から3日目。

(火)からのカレンダーをさがります。

(火) (水) (木) (金) (土) (日) (月)
↑ ↑ ↑
あ あ あ
ま ま ま
り り り
ー ー ー
3 3 3

したがって8月24日は木曜日
です。

木曜日

⑤ ある年の7月6日は金曜日です。この年の5月24日は何曜日でしたか。

5月24日から7月6日までの、当日も入れた日数と計算します。

$$5月24日 \sim 5月31日 \dots 31-24+1 = 8 \text{ (日)}$$

$$6月 \dots \dots \dots 30 \text{ (日)}$$

$$7月1日 \sim 7月6日 \dots \dots \dots 6 \text{ (日)}$$

$$6-1+1=6$$

合計 44日

7月6日が金曜日とわかっていますから、金曜日から逆のカレンダー
をつくりま。

7/6 金 木 水 火 月 日 土

$$44 \div 7 = 6 \text{ あり } 2$$

6回の
くり返し

↑
あ あ
ま ま
り り
ー ー
1 2

木曜日

周期算

□6 ある月の日曜日の数字の和を計算すると62になりました。その月の1日は何曜日ですか。

第1日 曜日を□日とすると

第2日 " □+7

第3日 " □+7+7

第4日 " □+7+7+7

第5日 " □+7+7+7+7

5週までの和--□×5 + 7×10

↓

□×5+70で62を

減らしてしまふ。

第4週までの和--□×4 + 7×6

↓

□×4+42=62

□×4=20 □=5

第1日 曜日が5日なので

月 火 水 木 金 土 日

1 2 3 4 5

1日は水曜日です。

水曜日

四科のまとめ

P77-7

西暦1998年の1月1日は木曜日でした。1999年以降で、1月1日がはじめて日曜日になるのは、西暦何年ですか。西暦2000年はうるう年です。

うるう年とは、2月が29日ある年(平年は28日)のことで1年が366日あります。

西暦年数が4でわれます。ただし、1900年や2100年のように00がつく年で400でわれない年はうるう年としません。

★ うるう年がからまない場合、1月1日の曜日は「前年の翌日の曜日」になります。

(前年が土曜日だったら次の年は日曜日)

★ うるう年がからむ場合(うるう年の3月以降)は「前年の翌、翌日の曜日」になります。

(前年が土曜日だったら次の年は月曜日)

したがって、2000年~2001年のとき、2004年~2005年のときが「前年の翌、翌日の曜日」の曜日になります。

1998年(木)

2003年(水)

1999年(金)

2004年(木)

2000年(土)

2005年(土)

2001年(月)

2006年(日)

2002年(火)

2006年

数列・数表

- ① あるきまりにしたがって、次のように数を並べました。はじめからかぞえて15番目の数はいくつですか。

3, 7, 11, 15, 19, ……

公差(増え量)が4の等差数列です。

例えば3番目の数は

$$3 + 4 \times 2 = 11 \text{ となります。}$$

↑
間の数

N番目の数は

$$\text{はじめの数} + \text{公差} \times \text{間の数} \\ (N-1)$$

したがって15番目の数は

$$3 + 4 \times (15-1) = 59 \text{ となります。}$$

59

- ② 3で割ると1あまる数を小さい方から順に1, 4, 7, 10, ……と並べます。このとき、28番目までの数の和はいくつになりますか。

(ある数を)3で割ると1あまる

$$\begin{array}{r} \downarrow \\ 3 \overline{) A+1} \\ \square \end{array}$$

$$\square = 3 \times A + 1$$

ある数は3の倍数+1です。

A=0から数字を入れていくと
 $3 \times 0 + 1 = 1, 3 \times 1 + 1 = 4, 3 \times 2 + 1 = 7$
 $3 \times 3 + 1 = 10 \dots\dots$ となります。

これを並べると上のように、はじめの数が1、公差3の等差数列になります。

1, 4, 7, 10, ……

したがって28番目の数は

$$1 + 3 \times (28-1) = 82 \text{ です。}$$

ニニニ ガウスの計算です。

28個

$$\begin{array}{r} 1 + 4 + 7 + 10 + \dots + 82 \\ +) 82 + 79 + \dots + 1 \\ \hline 83 + 83 + 83 + \dots + 83 \end{array}$$

$$(1+82) \times 28 \div 2$$

$$= 1162$$

↑
28番目までの和

1162

- ③ あるきまりにしたがって、次のように数を並べました。はじめからかぞえて50番目の数はいくつですか。

1, 2, 1, 3, 2, 1, 4, 3, 2, 1, 5, ……

ピラミッド型に並べてみます。

1		1組			
2	1		2組		
3	2	1		3組	
4	3	2	1		4組
...					

すると、45番目の数は9組の最後になります。

50番目は10組の前から5番目です。

10組のはじめの数は10ですから

10, 9, 8, 7, 6, ……

6とわかります。

↑
前から5番目

$$1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55 \text{ より}$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45$$

6

数列・数表

(難)

- 4 あるきまりにしたがって、次のように数を並べました。はじめからかぞえて70番目の数までの和はいくらになりますか。

$$\underbrace{\frac{1}{1}}_{1組}, \underbrace{\frac{1}{2}, \frac{2}{2}}_{2組}, \underbrace{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}}_{3組}, \underbrace{\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}}_{4組}, \underbrace{\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \dots}_{5組}$$

1組には分数が1個, 2組には2個, 3組には3個あります。
すなわち

$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + \square = 70$ の $\square$ を探します。 ← ガウスの計算

あよその見当をつけ $1 + 2 + 3 + \dots + 11 = (1 + 11) \times 11 \div 2 = 66$ より

11組の最後の分数が66個目(66番目)です。 ↑ 11組

↑ 分母は11

すると70番目の数は

$$\begin{array}{cccc} \frac{1}{12} & \frac{2}{12} & \frac{3}{12} & \frac{4}{12} \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 67番目 & 68 & 69 & 70番目 \end{array}$$

和は $\frac{1}{12} + \frac{2}{12} + \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{5}{6}$

==で各組の和をみます。

1組 $\dots \frac{1}{1} = 1$

2組 $\dots \frac{1}{2} + \frac{2}{2} = 1\frac{1}{2}$

3組 $\dots \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{3}{3} = 2$

4組 $\dots \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \frac{4}{4} = 2\frac{1}{2}$

↑ $\frac{1}{2}$ ずつ増えている。

すると

$$\begin{aligned} & 1 + 1\frac{1}{2} + 2 + 2\frac{1}{2} + 3 + 3\frac{1}{2} + \dots \\ & 4 + 4\frac{1}{2} + 5 + 5\frac{1}{2} + 6 + \frac{5}{6} \\ & = 36 + \frac{1}{2} \times 5 + \frac{5}{6} \\ & = 36 + 2\frac{1}{2} + \frac{5}{6} \\ & = 36 + 2\frac{3}{6} + \frac{5}{6} \\ & = 39\frac{1}{3} \end{aligned}$$

↑ 11組 12組の4個分

$39\frac{1}{3}$

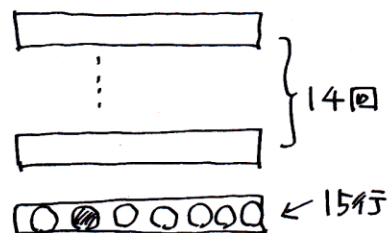
- 5 あるきまりにしたがって、右のように数を並べました。100は何行の何列に並んでいますか。

	1列	2列	3列	4列	5列	6列	7列
1行	1	2	3	4	5	6	7
2行	8	9	10	11	12	・	・
...	・	・					

カレンダーと同じ7つの数字が1つのかたまり(周期)になっています。

$100 \div 7 = 14 \text{ あまり } 2$

14回くり返して次の行の前から2目です。



したがって100は15行の2列です。

15行の2列

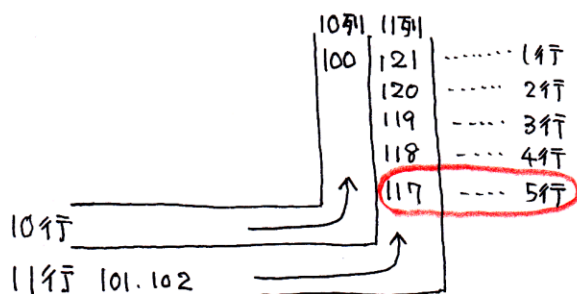
数列・数表

- 6 あるきまりにしたがって、右のように数を並べました。117は何行の何列に並んでいますか。

1行目の数は平方数 ($1, 4, 9, 16, \dots$) になっています。

ここで117に近い平方数を探してみます。

$$10 \times 10 = 100, \quad 11 \times 11 = 121$$



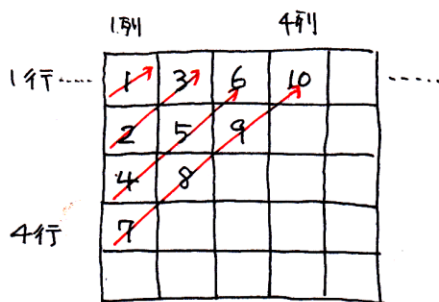
左図より117は5行の11列にあります。

5行の11列

	1列	2列	3列	4列	...
1行	1	4	9	16	
2行	2	3	8	15	
3行	5	6	7	14	
4行	10	11	12	13	
...	...	...	...		

- 7 あるきまりにしたがって、右のように数を並べました。110は何行の何列に並んでいますか。

ななめに考えます。

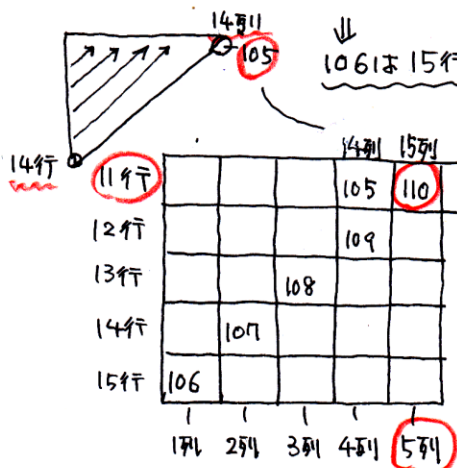


1行目に並んでいる数字はななめに数えたときの数字の個数の和になっています。

1から14までの和は

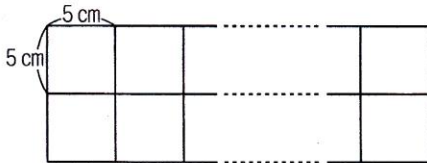
$$1 + 2 + 3 + \dots + 14 = (1 + 14) \times 14 \div 2 = 105 \text{ であ。}$$

14列の一行目(1番上)の数は105です。

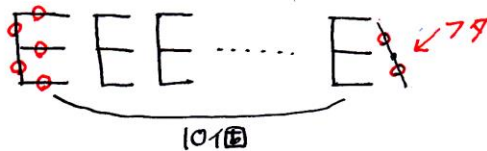


図形の規則性

- ① 右の図のように、長さが5cmの竹ひごを並べたところ、1辺が5cmの正方形が20個できました。このとき、竹ひごは全部で何本使いましたか。



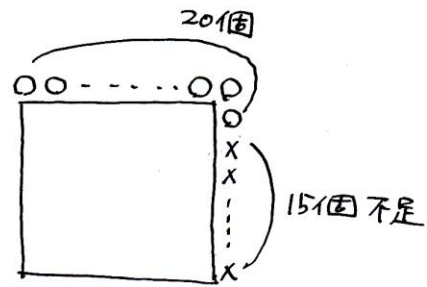
たてに2個で長方形が1つできます。
正方形20個ですから長方形は10個。
下のように並べて並べます。



したがって竹ひごの本数は
 $5 \times 10 + 2 = 52$ (本)

52本

③

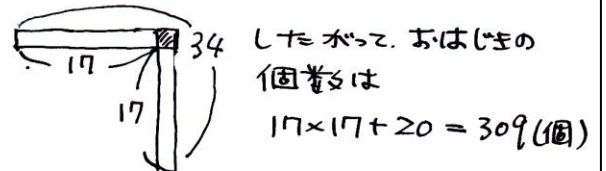


あと15個あれば上のように並べることが
できます。

$$20 + 15 = 35 \text{ (必要)}$$

角の1つを引いて2でわると前に並んで
いた1辺の個数かです。

$$35 - 1 = 34, \quad 34 \div 2 = 17$$



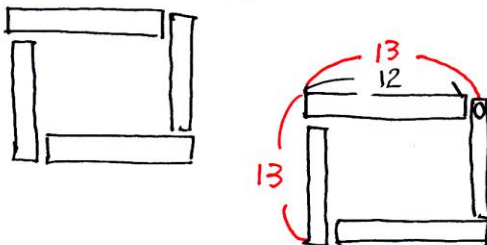
したがって、おはじきの
個数は

$$17 \times 17 + 20 = 309 \text{ (個)}$$

309個

②

下のように並びます。



$$48 \div 4 = 12$$

角の1つをたすと1列の数

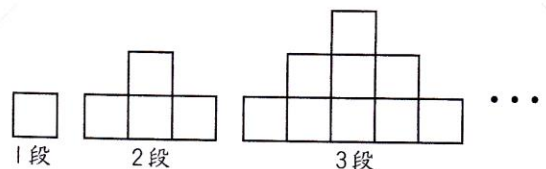
$$12 + 1 = 13$$

たても横も13個ずつあるので
全部で

$$13 \times 13 = 169$$

169個

④



$$1 \text{ 段} \dots \dots \dots 1$$

$$2 \text{ 段} \dots 1 + 3 = \dots \dots \dots 4$$

$$3 \text{ 段} \dots 1 + 3 + 5 \dots \dots \dots 9$$

$$4 \text{ 段} \dots 1 + 3 + 5 + 7 \dots \dots \dots 16$$

$$5 \text{ 段} \dots 1 + 3 + 5 + 7 + 9 \dots \dots \dots 25$$

各段の数は平方数になっています。

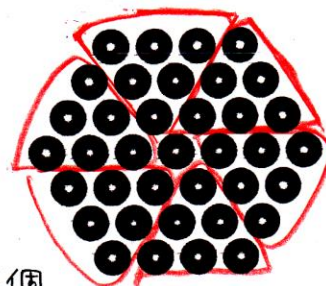
N番目までの奇数の和は
 $N \times N$

25個

図形の規則性

□5 右の図のように、正六角形にご石を並べていきます。

右の図は3周目まで並べたところ。8周目まで並べたとき、ご石は全部で何個使いますか。



まん中を1つ残して右図のように分けます。

3周目まで並べたときを考えると $1+2+3$ のかたまりが6個とまん中の1つの和になります。

↓

8周目まで並べたときは

$(1+2+3+4+5+6+7+8) \times 6 + 1$ となります。

ガウスの計算で $\{(1+8) \times 8 \div 2\} \times 6 + 1 = 36 \times 6 + 1 = 217$ 。

(ガウスの計算)

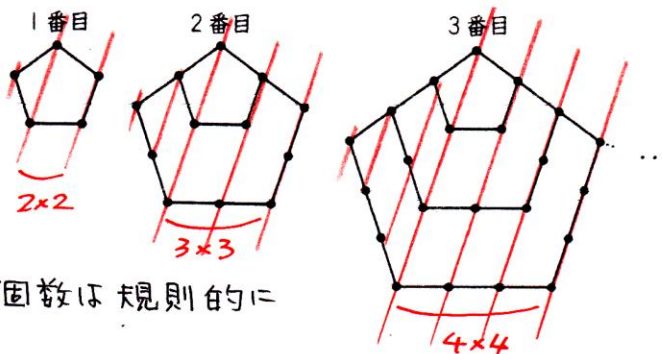
$1+2+3+4$ の計算

$$\begin{array}{r} 1+2+3+4 \\ +) 4+3+2+1 \\ \hline 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \end{array} \begin{array}{l} \swarrow \text{逆に並べる} \\ \searrow \text{2列た(2118の2)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \\ \hline 4 \text{ 個} \end{array} \Rightarrow 5 \times 4 \div 2 = 10$$

217個

□6 右の図のように玉を並べて正五角形を次々に作っていきます。1番目の図形には5個の玉が並び、2番目の図形には12個の玉が並んでいます。6番目の図形には何個の玉が並んでいますか。



このような図形は必ず、全体の個数は規則的に増えていきます。

しかしこの場合 増える数を見つけるのは大変難しいので 上の図のように斜めに数えて規則性を探します。

すると 1番目 ... $1+2 \times 2$
 2番目 ... $1+2+3 \times 3$
 3番目 ... $1+2+3+4 \times 4$
 ...
 6番目 ... $1+2+3+4+5+6+7 \times 7$

$1+2+\dots+6$ はガウスの計算で
 $(1+6) \times 6 \div 2 = 21$ より
 $21+7 \times 7 = 70$ (個) となります。

70個

規則性の利用

11

$$\square \times 5 \times 5 + \square \times 5 + \square = 108$$

(5進法と見振けた場合)

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 108} \\ 5 \overline{) 21} \dots 3 \\ 4 \dots 1 \end{array}$$

ア...4
イ...1
ウ...3

(5進法と見振けない場合)

$$\square \times 25 + \square \times 5 + \square = 108$$

$$108 \div 25 = 4 \text{ あり } 8$$

$$8 \div 5 = 1 \text{ あり } 3$$

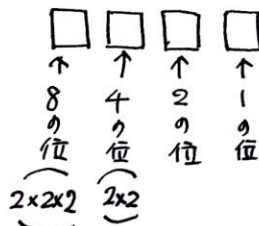
ア...4. イ...1. ウ...3

12

2, 4, 8: となったときに、
1つ左へ移動しますから

2進法です。

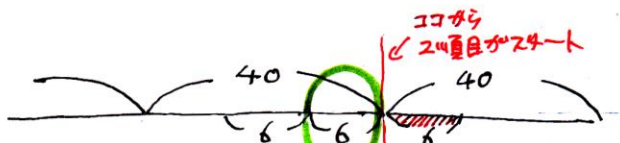
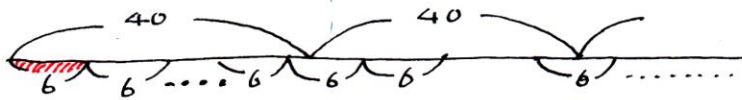
2進法は 10玉のソロバン
と考えるとわかりやすいです。



$$8 + 4 + 0 + 0 = 12$$

12

4



40と6の最小公倍数120人が1つの周期に
なります。

1日に6人ですから120人がおわるのは、

$$120 \div 6 = 20 \text{ (日)}$$

すると、はじめの6人が2週目にスタートするのは

次の日からなので

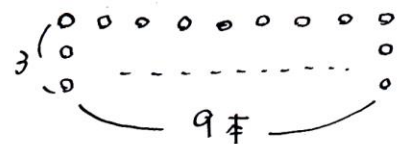
$$20 + 1 = 21 \text{ (日目)}$$

21日目

13

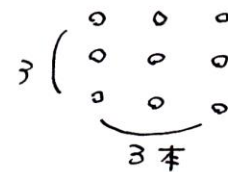
まず27本全部のみます。... (ア)

空を3本ずつにすると



ここで9本のめます。... (イ)

また3本ずつにすると



ここで3本のめます。... (ウ)

この3本の空で

$$\begin{array}{c} \circ \\ \circ \\ \circ \end{array} \Rightarrow 1 \text{ 本のめます。 (エ)}$$

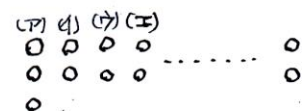
したがって合計める本数は

$$27 + 9 + 3 + 1 = 40 \text{ (本)}$$

40本

(別解) (27本の)

→空をピンを次のように並べます。

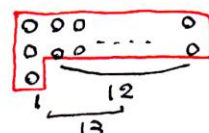


(ア)の空をピンで1本めえます。

この1本と(イ)で1本めえ、さらに
その1本と(ウ)で1本めえ...

$$27 - 3 = 24$$

$$24 \div 2 = 12, 12 + 1 = 13 \text{ 本}$$



$$13 + 27 = 40 \text{ (本)}$$

規則性の利用

- 5 2または3の倍数を小さい方から順に並べると、2, 3, 4, 6, 8, 9, ……となります。
このとき、100は2からかぞえて何番目の数ですか。

2の倍数は 2 4 6 8 10 12 ……
3の倍数は 3 6 9 12 ……

2と3の最小公倍数は6なので、1~6, 7~12, ……までの2の倍数と3の倍数を
たてに並べてみます。

1組 ----- 2 3 4 6
2組 ----- 8 9 10 12
3組 ----- 14 15 16 18
⋮
17組 ----- 98 99 100

左はしたては 始めの数が2で公差が6の等差数列に
なっています。

ここで100に近い数を探します。

$$2 + 6 \times \frac{16}{\uparrow \text{間の数}} = 98 \text{ です。}$$

間の数が16ということは、98, 99, 100は 17組目
になります。

1組に4つの数がありますから

$$4 \times 16 + 3 = 67 \text{ (番目)}$$

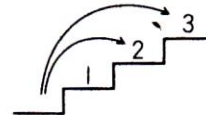
↑
16組
↑
17組の3つめの数
まで

67番目

- 6 60段の階段があります。Aさんは1段ずつとばして、
Bさんは2段ずつとばして上りました。2人がともに
とばした段は何段ありますか。

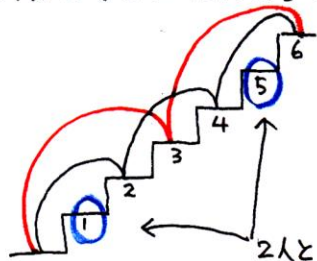
1段とばしの場合は 2 4 6
2段とばしの場合は 3 6

2と3の
最小公倍数



つまり 6段目で一緒になり、また 12段目で一緒になります。

6段目までに2人ともとばした段数が分れば あとはくり返しです。



2人ともとばしたのは 1と5の2段です。

$60 \div 6 = 10$ ですから 同じことが
10回くり返されます。

$$2 \times 10 = 20 \text{ (段)}$$

20段

規則性の利用

□7 ある病院のベッドには、1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, …… のように、数字の4が入っている数をとばして小さい順に番号がつけられています。この病院の最後のベッドの番号が97番でした。この病院にはベッドは全部でいくつありますか。

(解1)

4をいれない「10進法より1少ない9進法」を考えます。

91個が10の単位。

ベッドの番号	...	0	1	2	3	5	6	7	8	9
		↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
9進法	...	0	1	2	3	4	5	6	7	8

ベッドの番号の97は9進法の86です。

(はちじゅう3くではなく はち、3くと読みまち)

この9進法の86を10進法に直します。

$$\begin{array}{c}
 86 \\
 \uparrow \uparrow \\
 \text{9の位} \quad \text{1の位}
 \end{array}
 \rightarrow 9 \times 8 + 1 \times 6 = 72 + 6 = 78 \text{ ----- ベッドの数}$$

78

(解2)

4を飛ばしたときの番号が97

ベッドの数は

とばさなければ、もっと小さな数になります。

97までに4がつく数字が何個あるか？

				4					
				14					
				24					
				34					
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
				54					
				64					
				74					
				84					
				94					

左の19個の数をとばして
97ですから実際のベッド数
は $97 - 19 = 78$

78