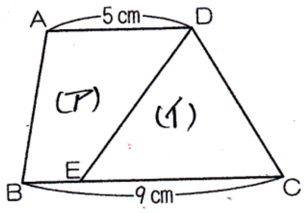
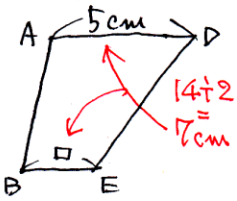
辺の長さと面積

1



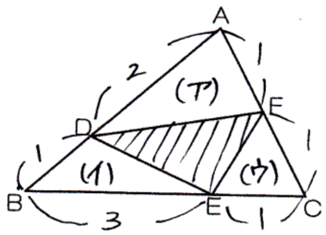
台形ABCDの上底と下底の和は
$5+9=14$ (cm)

(ア)と(イ)が同じ面積
⇓
(ア)は台形ABCDの$\frac{1}{2}$
⇓
高さが同じなので(ア)の上底と下底の和も$\frac{1}{2}$
⇓
$14 \div 2 = 7$cm
⇓
(ア)において
AD+BE = 7cm
5cm　BE = 7−5
= 2 (cm)

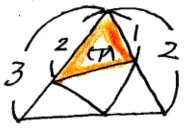


2 cm

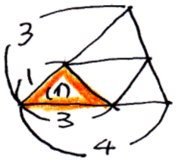
2



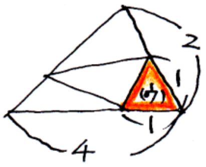
求める面積は三角形ABCから(ア).(イ).(ウ)を引きます。
三角形ABCの面積を1とします。



(ア)は
$1 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$



(イ)は
$1 \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

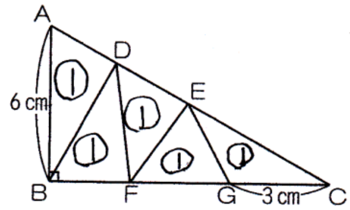


(ウ)は
$1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

斜線部分の面積は
$1 - (\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}) = \frac{7}{24}$

$\boxed{\frac{7}{24}}$

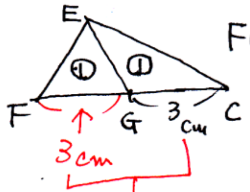
3



それぞれ同じ面積ですから(1つを)①とします。

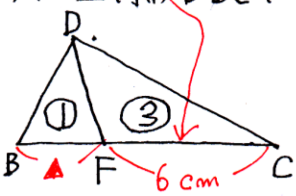
底辺のBCの長さが分かればよい。

三角形EFCにおいて



FG = GC
= 3cm

次に三角形DBCにおいて



面積が 1:3 ですから
BF:FCも 1:3
▲　6cm

▲ $= 6 \div 3 \times 1 = 2$cm
これより
BC = 2+6 = 8cm ↙底辺

したがって三角形ABCの面積は
$8 \times 6 \div 2 = 24$ (cm²)

24 cm²

辺の長さと面積

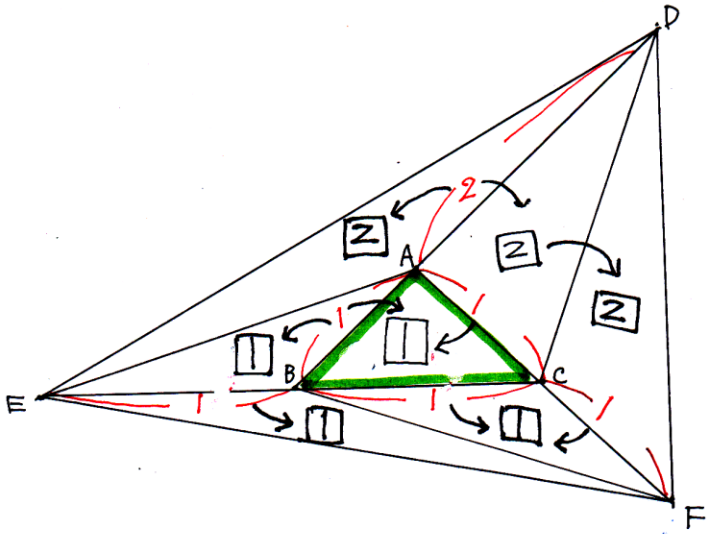
$\boxed{4}$

DBがABの3倍
↓
BA:AD=1:2

ECがBCの2倍
↓
EB:BC=1:1

FAがCAの2倍
↓
AC:CF=1:1

下の図のようにAとE、BとF、CとDを結びます。



三角形ABCのまわりの辺はどこも1ですから面積を$\boxed{1}$とし、底辺の比をそのまま面積の比として書き入れていきます。

三角形DEFは
$2+2+2+1+1+1+1$
$=\boxed{10}$ です。

したがって三角形DEFは三角形ABCの10倍となります。

$\boxed{10倍}$

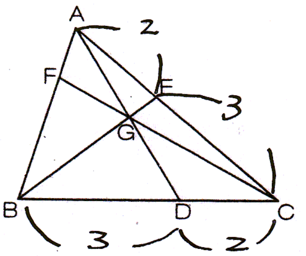
辺の長さと面積

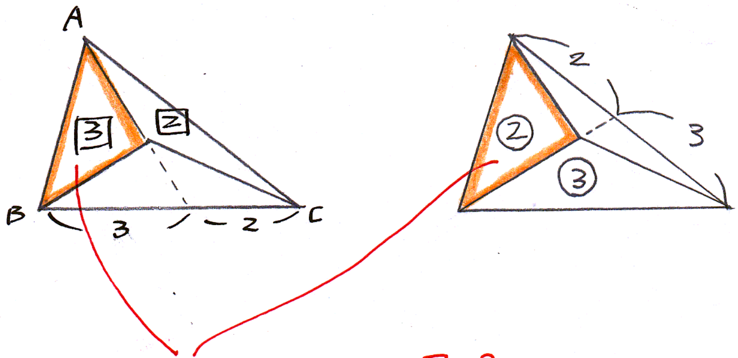
5 右の図のような三角形ＡＢＣがあります。

ＢＤ：ＤＣ＝３：２

ＡＥ：ＥＣ＝２：３

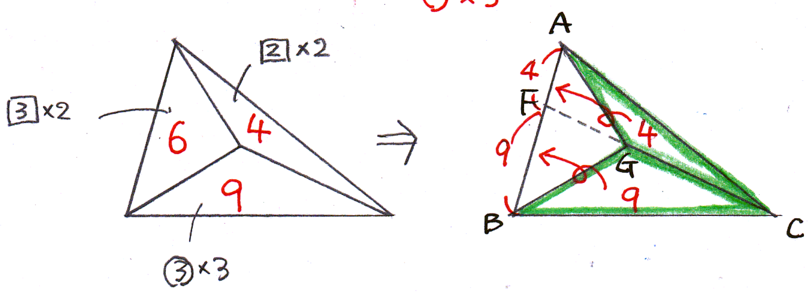
のとき，ＡＦ：ＦＢを求めなさい。





ここを6にそろえると □×2 ○×3

背中合わせの図形は
面積の比が底辺の比。

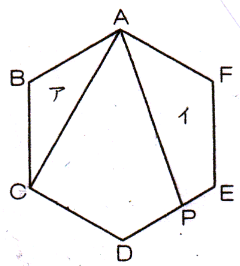


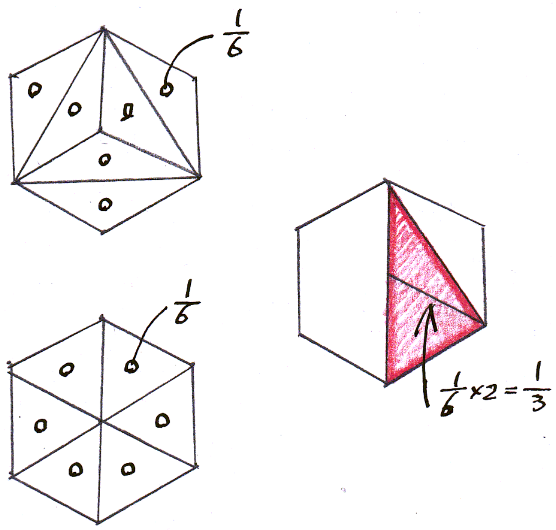
左図より ＡＦ：ＦＢは
4 : 9.

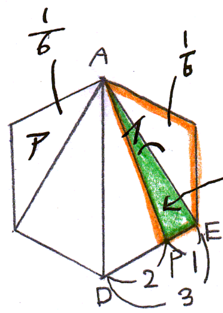
4:9

---

6 右の図の六角形ＡＢＣＤＥＦは正六角形です。ＤＰとＰＥの長さの比が２：１のとき，アとイの部分の面積の比を求めなさい。







ア… $\frac{1}{6}$

緑色の部分は $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

なので

イ… $\frac{1}{9}+\frac{1}{6}=\frac{5}{18}$

したがって ア：イ＝ $\frac{1}{6}:\frac{5}{18}$

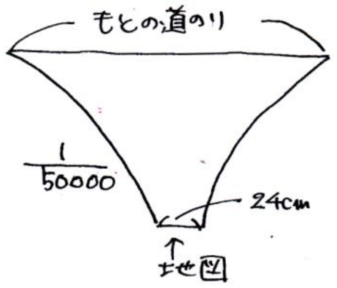
$=\frac{3}{18}:\frac{5}{18}$

$=3:5$

3:5

相似(1)

1



もとの道のりは

$24 \times 50000 = 1200000$ cm

$= 12000$ m

$= 12$ km

$45分 = \frac{45}{60} = \frac{3}{4}$ (時間)

速さは

$12 \div \frac{3}{4} = 16$ (km/時)

‖

毎時16km

$\boxed{\text{毎時16km}}$

2

縮尺は長さに対してですから、直接、面積を計算することは、できません。

8cm² は 1cm² が 8個なので

まず 1cm² を考え8倍します。

1cmの実さいの長さは

$1 \times 25000 = 25000$ (cm)

$= 250$ (m)

これより

1cm²の実さいの面積は

250×250 (m²)

$\boxed{8\text{cm}^2 \text{では } 250 \times 250 \times 8 \ (\text{m}^2)}$

ここで

$1\text{ha} = 100\text{m} \times 100\text{m}$

$= 10000\ \text{m}^2$ より

実さいの面積をhaで表すと

$\frac{250 \times 250 \times 8}{10000}$

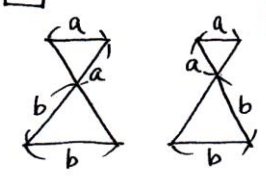
$= \frac{25 \times 25 \times 8}{100}$

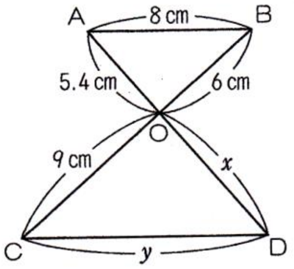
$= 50$ (ha)

$\boxed{50\text{ha}}$

3

リボン型

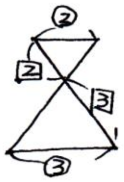




BO : OC = 6cm : 9cm

= 2 : 3

↓



$2 : 3 = 5.4 : x$

$2 \times x = 3 \times 5.4$

$x = 3 \times 5.4 \div 2$

$= 8.1$ (cm)

$2 : 3 = 8 : y$

$2 \times y = 3 \times 8$

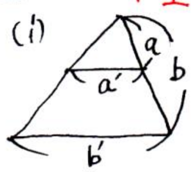
$y = 3 \times 8 \div 2$

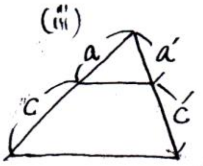
$= 12$ (cm)

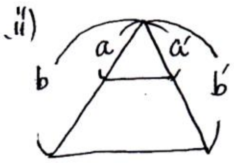
$\boxed{x \cdots 8.1\text{cm},\ y \cdots 12\text{cm}}$

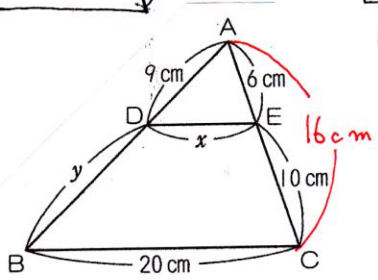
4

ピラミッド型









まずxから

(i)のパターン

$6 : 16 = x : 20$

$16 \times x = 6 \times 20$

$x = 6 \times 20 \div 16$

$x = 7.5$ (cm)

次にy

(iii)のパターン

$6 : 10 = 9 : y$

$6 \times y = 10 \times 9$

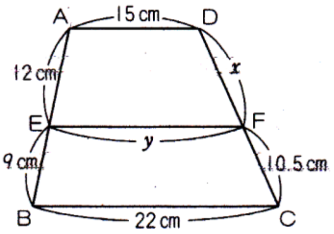
$y = 10 \times 9 \div 6$

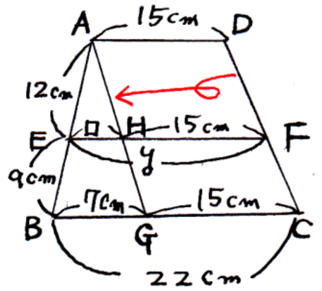
$= 15$ (cm)

$\boxed{x \cdots 7.5\text{cm},\ y \cdots 15\text{cm}}$

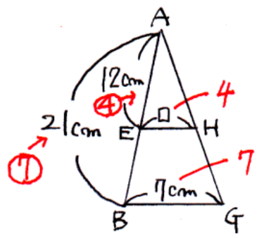
相似（1）

☐**5** 右の図で，ADとBCとEFは平行です。x，y の長さは何cmですか。



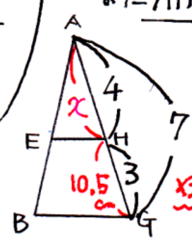


AからDCに平行な線を引きます。
（DCを平行にAまでずらす）



三角形AEHと三角形ABGは相似形です。
相似比 12：(12+9)
= 12：21
= 4：7

EH：BGも 4：7です。
同じ（□：7cm / 1cm / 4：7）同じ
□＝4cmとわかります。
したがって y＝4+15＝19 cm



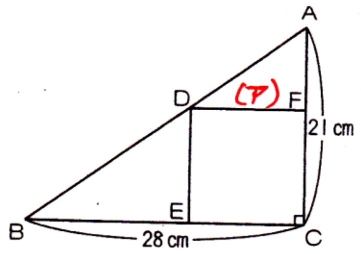
またAH：AGも4：7です。
↓
HG＝7−4＝3

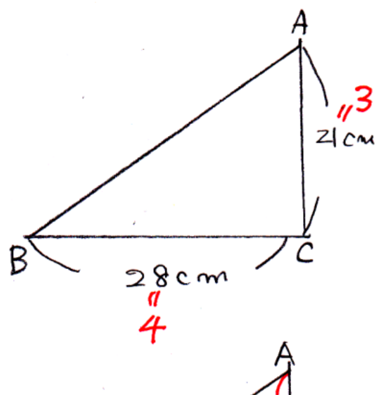
3：4
×3.5 ×3.5
10.5cm x
（10.5÷3×4＝14）

x＝4×3.5
＝14（cm）

$\boxed{x=14\text{cm},\ y=19\text{cm}}$

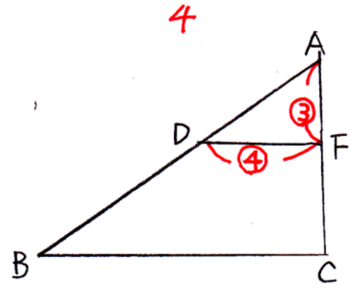
6 右の図は，直角三角形の中に正方形をかいたものです。この正方形の面積は何cm²ですか。

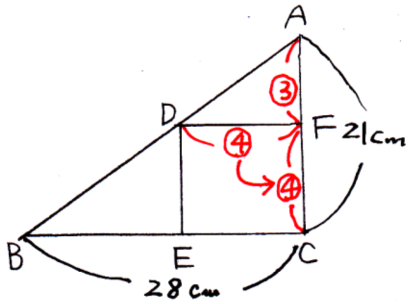




AC：BC＝21：28
＝3：4

(ア)も たてとよこの比が 3：4 の相似形です。





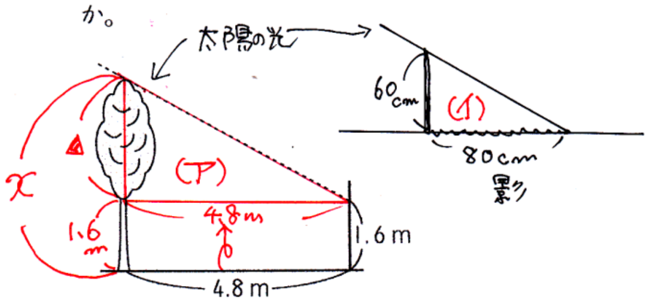
正方形だから DF＝FC＝④

AC＝③+④＝⑦
⑦が21cmなので
①は 21÷7＝3cm
④は 3×4＝12 cm
正方形の面積
--- 12×12＝144（cm²）

$\boxed{144\text{cm}^2}$

相似(2)

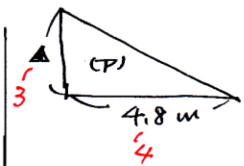
1 右の図のように，へいに木の影ができています。同じ時刻に，地面に垂直に立てた長さ60cmの棒の影の長さが80cmありました。この木の高さは何mですか。



太陽の光は平行なので(ア)と(イ)は相似の関係にあります。

棒のたてと横(影)の比は

60：80＝3：4



3：4＝▲：4.8

4×▲＝4.8×3

▲＝4.8×3÷4 ＝3.6 (m)

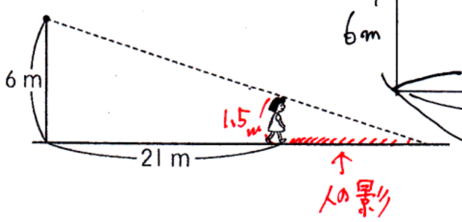
x＝3.6＋1.6

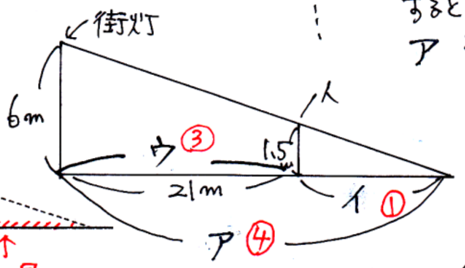
＝5.2(m)

5.2m

---

2 高さ6mの街灯の真下から21mはなれたところに身長1.5mの人が立っています。この人の影の長さは何mですか。





街灯の高さと人の高さの比は

6m：1.5m＝4：1

すると

ア：イ＝④：①

↓

ウ＝4−1＝③

ウは21mより

③＝21m

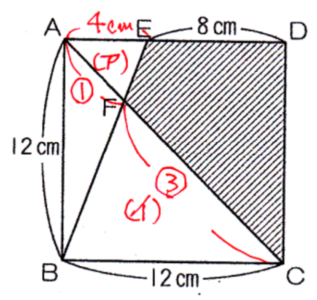
①＝21÷3＝7(m)

(イ) 人の影

7 m

---

3 右の図の四角形ABCDは正方形です。斜線部分の面積は何㎠ですか。



いくつかの解法がありますが，ここは三角形AEFと三角形ACDから引く方法でやってみます。

(ア)と(イ)は相似です。

AE＝12−8＝4cmより

AE：BC＝4：12

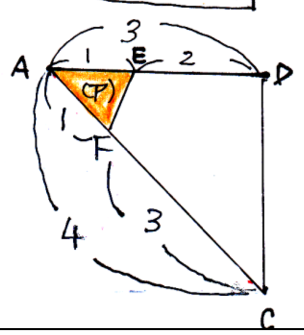
＝1：3

↓

$\boxed{AF：FC＝1：3}$

また AE：ED＝4cm：8cm

＝1：2



重要

(ア)は三角形ACDを1とすると

$1\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$

三角形ACDは正方形の半分より

12×12÷2＝72 (㎠)

↓

(ア)は $72\times\frac{1}{12}=6$ (㎠)

これより斜線部分の面積は

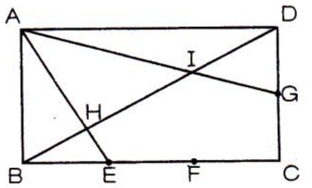
72−6＝66 (㎠)

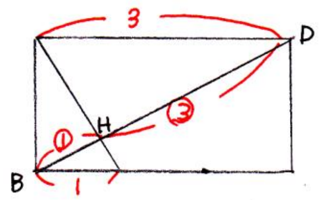
66 ㎠

相似比を利用して直接，斜線部分を計算することができます。

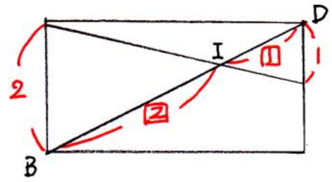
相似(2)

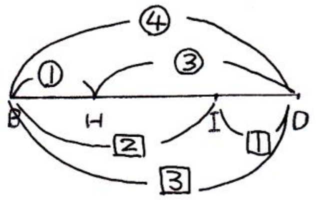
4 右の図の四角形ＡＢＣＤは長方形です。Ｅ，Ｆは ＢＣを３等分する点で，ＧはＣＤを２等分する点です。ＢＨとＨＩとＩＤの長さの比を求めなさい。





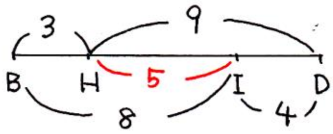
たてとよこの比を対角線BDに集めます。





○と□は全体が違うので比べられませんので12の長さにそろえます。

○×3
□×4

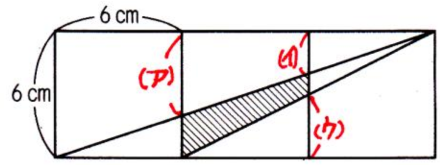


上の図より
BH：HI：ID＝3：5：4

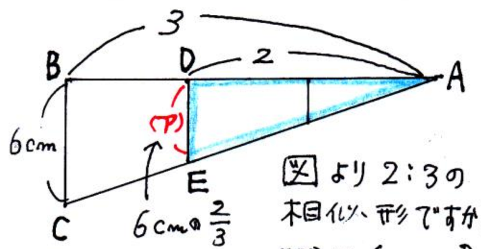
3：5：4

---

5 右の図は，１辺が６cmの正方形を３個並べたものです。斜線部分の面積は何cm²ですか。

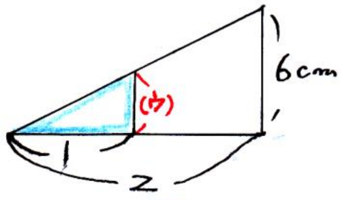


図の(ア)，(イ)，(ウ)の長さをまず出し，そこから台形(斜線部分)の上底と下底を計算します。

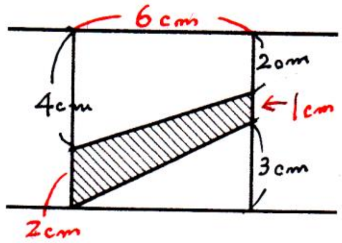


図より2：3の相似形ですから
(ア)は6cmの$\frac{2}{3}$です。

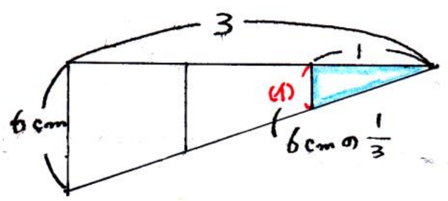
$6\times\frac{2}{3}=4$ (cm) ……(ア)



(ウ)は6cmの$\frac{1}{2}$ですから
$6\times\frac{1}{2}=3$ (cm) …(ウ)



斜線部分の面積(台形)は
$(1+2)\times6\div2$
$=9$ (cm²)

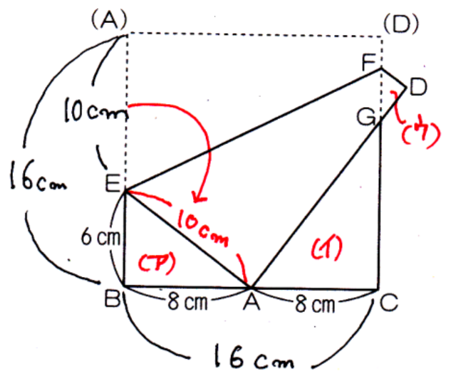


同様に
(イ)は6cmの$\frac{1}{3}$です。
$6\times\frac{1}{3}=2$ (cm) ……(イ)

9 cm²

相似(2)

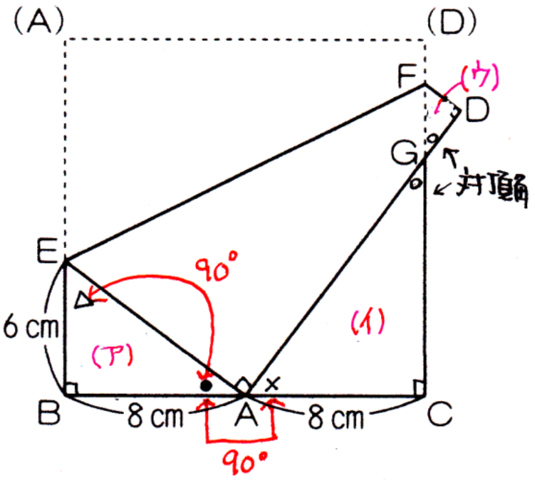
6 右の図は，正方形ABCDを直線EFを折り目にして折り返したものです。AGの長さは何cmですか。



BCの長さが16cmですから
ABの長さも16cm
↓
(A)E = 16−6 = 10 (cm)

折り返したのだから AEも10cmです。

まず(ア)(イ)(ウ)が相似形であることを確認します。



左図で(ア)と(イ)において

● + △ = 90°

● + × = 90° (180°−90°=90°)

⇓

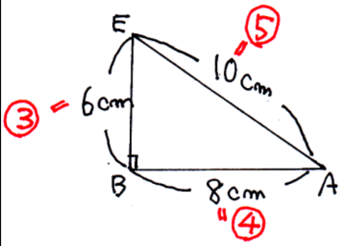
△ = × となります。

すると(ア)と(イ)は90°を含め，2つの角が同じになるので相似形です。

(2つの角が同じということは自動的に3つの角が同じということになります。)

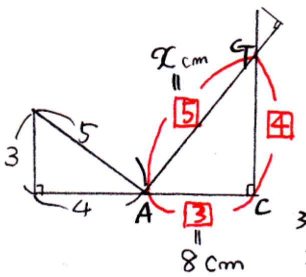
また，(イ)と(ウ)において○と○は対頂角で同じになりますから同様に相似形となります。

(ア)の各辺の長さの比を調べます。



6 : 8 : 10

= 3 : 4 : 5



比例式にてxを出す。

3:5=8:x cm

3×x=5×8

3×x=40

x=40÷3

$=13\frac{1}{3}$ (cm)

$\boxed{13\frac{1}{3}\text{ cm}}$

直角三角形の問題ではよく 3:4:5 が使われますからこの比は覚え得です。

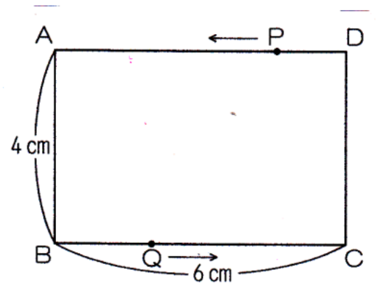
xは8cmの$\frac{5}{3}$倍ですから

$8\times\frac{5}{3}=\frac{40}{3}=13\frac{1}{3}$

とすると計算がはやいです。

図形の移動(1)

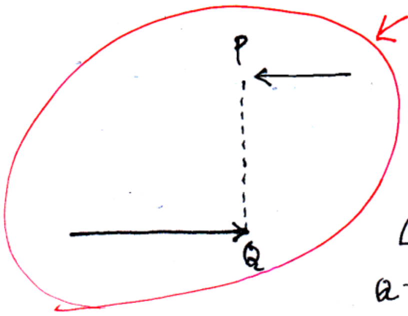
1 ①



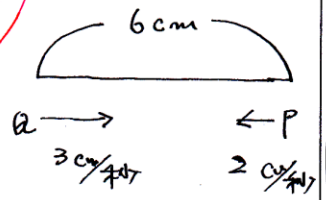
P‥2cm/秒

Q‥3cm/秒

「平行になる」ということは、左下の図のように PとQが出会う ということになります。



(旅人算の出会い)



求める時間は

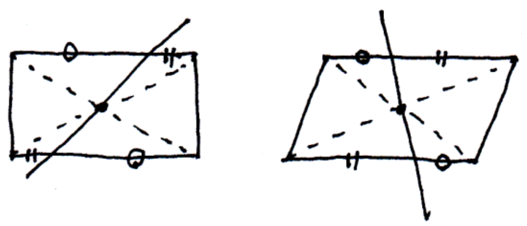
6cm

速さの和 3+2 =5 → 6÷5=1.2(秒)

$\boxed{1.2秒後}$

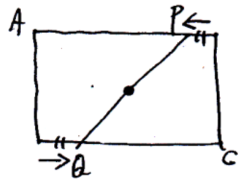
②

長方形や平行四辺形の面積を二等分する直線は必ず対角線の交点を通ります。

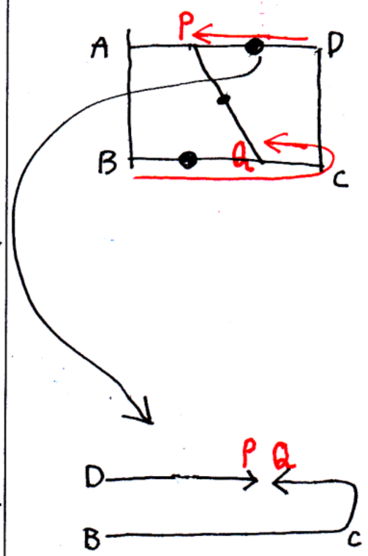


②

Qの方がはやいので、このようになるのは考えられません。



するとQがCを折り返してからの図になります。



●=● ですから、PとQの進んだ道のりの和は、6cm×2=12cm となります。

道のりが12cmの旅人算の出会いになります。

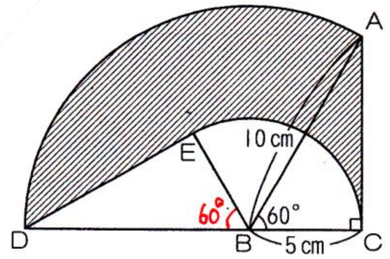
12cm

速さの和 3+2 =5 → 12÷5 =2.4(秒後)

$\boxed{2.4秒後}$

図形の移動(1)

②



斜線部分の面積は
全体ー白い部分

定石です。

ここで全体をよく見るとおうぎ形BADと三角形ABCの合体であることがわかります。

また白い部分はおうぎ形BCEと三角形DBEの合体です。

ところで三角形ABCと三角形DBEは同じです。

すると　全体ー白い部分
=(おうぎ形BAD)ー(おうぎ形BCE)

おうぎ形BADは半径10cm, 中心角
180−60=120(度)です。

また おうぎ形BCEは半径5cm,
中心角 180−60=120(度)です。

したがって求める面積は

$10\times10\times3.14\times\frac{120}{360}-5\times5\times3.14\times\frac{120}{360}$

$=(10\times10-5\times5)\times\frac{120}{360}\times3.14$

$=75\times\frac{1}{3}\times3.14$

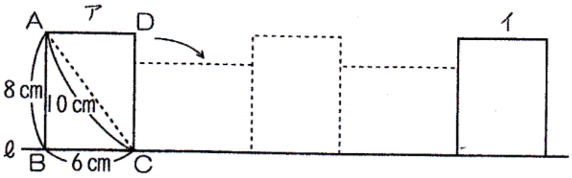
$=78.5\ (cm^2)$

$\boxed{78.5cm^2}$

テキストのように「はめ込み式」の解法もあります。

図形の移動(1)

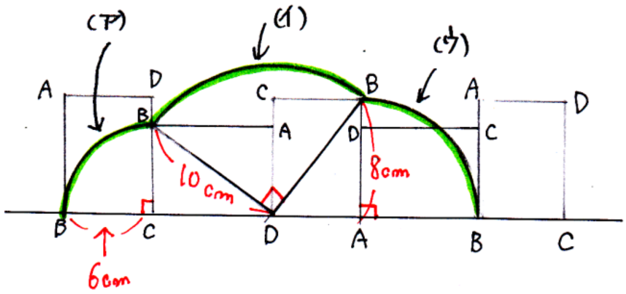
3 たて8cm，横6cm，対角線10cmの長方形ABCDがあります。この長方形を，直線ℓ上をアの位置からイの位置まで転がしました。円周率は3.14とします。



① 点Bが動いたあとの線の長さは何cmですか。

② 点Bが動いたあとの線と直線ℓとで囲まれた部分の面積は何cm²ですか。

①　1回，回転するごとにA，B，C，Dを書いていきます。



(ア)… $6\times2\times3.14\times\frac{1}{4}=3\times3.14$

(イ)… $10\times2\times3.14\times\frac{1}{4}=5\times3.14$

(ウ)… $8\times2\times3.14\times\frac{1}{4}=4\times3.14$

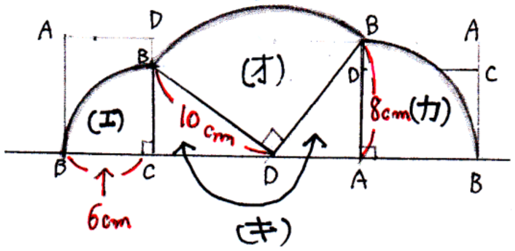
ア＋イ＋ウ

$=(3+5+4)\times3.14$

$=37.68$ (cm)

$\boxed{37.68\text{ cm}}$

②



(エ)は半径6cmの四分円

$6\times6\times3.14\times\frac{1}{4}=9\times3.14$

(オ)は半径10cmの四分円

$10\times10\times3.14\times\frac{1}{4}=25\times3.14$

(カ)は半径8cmの四分円

$8\times8\times3.14\times\frac{1}{4}=16\times3.14$

(キ)は2つあわせると6×8の長方形になります。

$6\times8=48$

したがって求める面積は

$(9+25+16)\times3.14+48$

$=50\times3.14+48$

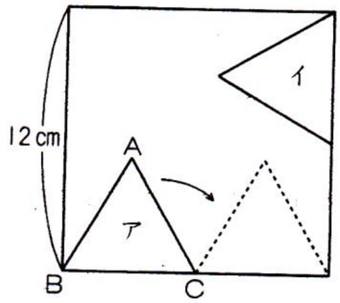
$=157+48$

$=205$ (cm²)

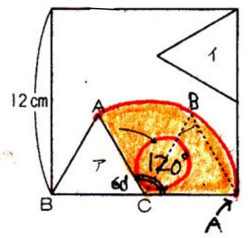
$\boxed{205\text{ cm}^2}$

図形の移動(1)

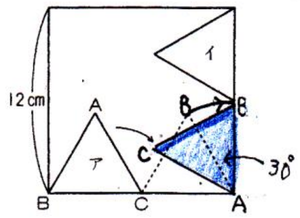
4 右の図のように，1辺の長さが12cmの正方形の中のアの位置に，1辺の長さが6cmの正三角形ABCがあります。正三角形ABCが図の矢印の向きにすべることなくイの位置まで回転します。このとき，頂点Aが動いたあとの線の長さは何cmですか。円周率は3.14とします。



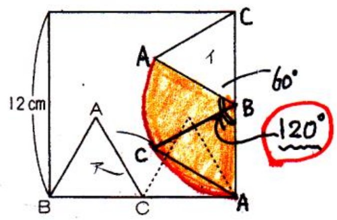
(図1)



(図2)



(図3)



AはCを中心として120°(180−60)回転する。

Aを中心に30°回転するので、Bの位置が変わるだけでAの位置は変わらない。

Bを中心にAは120°(180−60)回転して止まる。

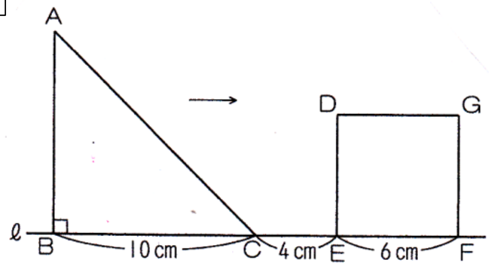
Aが回転した角度の合計は、120+120=240(°)　おうぎ形の半径は6cmなので、

$6\times2\times3.14\times\frac{240}{360}=12\times\frac{240}{360}\times3.14=25.12$ (cm)

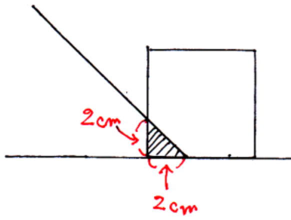
$\boxed{25.12}$ cm

図形の移動（2）

1



① 毎秒1cmですから6秒後は
6cm移動したときです。
↓
正方形の中に2cm入ったとき。



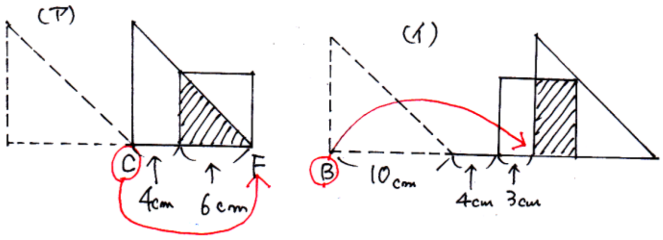
重なった部分も
直角二等辺三角形
になります。
したがって
求める面積は
$2 \times 2 \div 2 = 2$ (cm²)

$\boxed{2\ \text{cm}^2}$

② 正方形が半分になるのは (ア) と (イ) の2通りです。

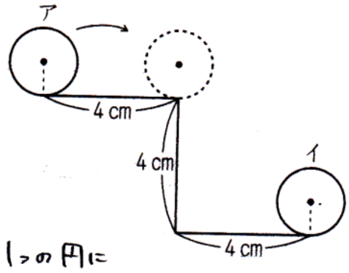
(ア)の場合、CがFについたときですから
$4+6=10$ (cm) 動いたとき
すなわち 10秒後です。

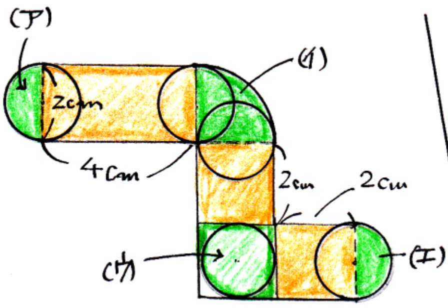
(イ)の場合、Bが正方形の中へ3cm入ったときです。
$10+4+3=17$ (cm) 動いたとき
すなわち 17秒後です。



$\boxed{10秒後と17秒後}$

2 半径が1cmの円が，右の図のアの位置からイの位置まで，折れ線（角は直角）にそってすべらないように転がりました。円が動いたあとの図形の面積は何cm²ですか。円周率は3.14とします。



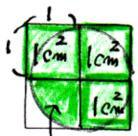


(ア)、(イ)、(ウ)、(エ)と長方形の部分に分けます。

(ア)と(エ)で半径1cmの1つの円になります。 $1 \times 1 \times 3.14 = 1 \times 3.14$ ……(1)

(イ)は半径2cmの四分円より $2 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4} = 1 \times 3.14$ …(2)

(ウ)の拡大図



$3 + \frac{1}{4} \times 3.14$ ……(3)

$1 \times 1 \times 3.14 \times \frac{1}{4}$
$= \frac{1}{4} \times 3.14$

長方形部分の合計… $2 \times 4 + 2 \times 2 + 2 \times 2$
$= 8 + 4 + 4$
$= 16$ (cm²) ……(4)

(1) + (2) + (3) + (4)
$1 \times 3.14 + 1 \times 3.14 + 3 + \frac{1}{4} \times 3.14 + 16$
$= (1 + 1 + \frac{1}{4}) \times 3.14 + 3 + 16$
$= \frac{9}{4} \times 3.14 + 19 \quad = 2.25 \times 3.14 + 19$
$= 26.065$ (cm²)

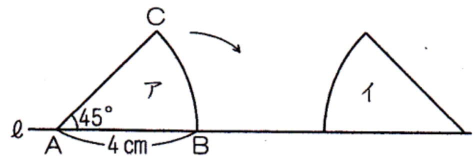
$\boxed{26.065\ \text{cm}^2}$

図形の移動(2)

3 右の図のように，中心角が45度で半径が4cmのおうぎ形ABCを，直線ℓにそってすべらないようにアの位置からイの位置まで転がしました。

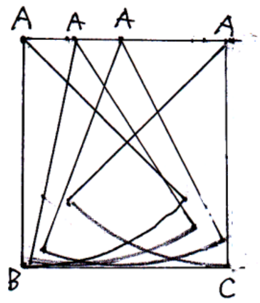
① 点Aが動いたあとの線をかきなさい。

② 点Aが動いたあとの線の長さは何cmですか。円周率は3.14とします。



①

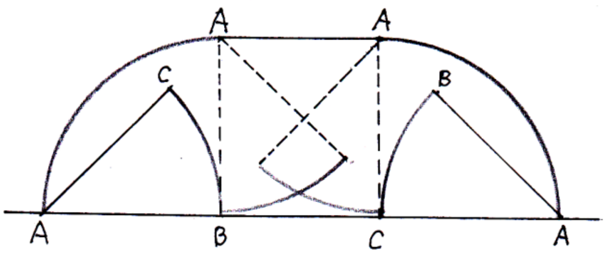
まず弧BCが床をころがるときの点Aの動きを確認します。



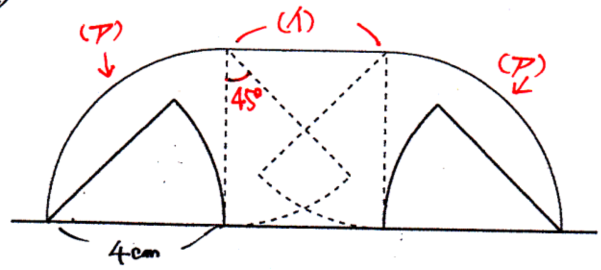
上の図よりAは床(直線ℓ)に平行に動くことが分かります。

動いたきょりは弧BCの長さです。

したがって点Aの動いたあとの線は下のようになります。



②



(ア)は四分円の弧の長さです。

(ア)は2つありますから

$$4 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4} \times 2 = 12.56 \text{ (cm)}$$

(イ)は半径4cm中心角45°のおうぎ形の弧の長さより

$$4 \times 2 \times 3.14 \times \frac{45}{360} = 3.14 \text{ (cm)}$$

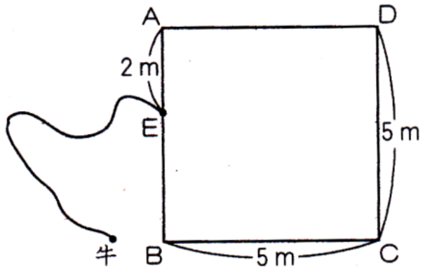
したがって求める長さは

$$12.56 + 3.14 = 15.7 \text{ (cm)}$$

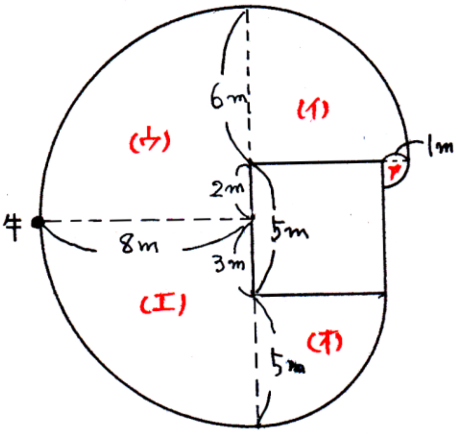
$\boxed{15.7\text{ cm}}$

図形の移動(2)

4 1辺が5mの正方形の柵ABCDがあります。Aから2mはなれたEに長さ8mの綱で牛がつながれています。この牛は，柵の中には入れませんが，柵の外を動きまわることができます。この牛の動くことのできる範囲の面積は何m²ですか。円周率は3.14とします。



牛が動ける範囲は下のようになります。



(ア)(イ)(ウ)(エ)(オ)は半径がそれぞれ 1m，6m，8m，8m，5m の四分円です

$\times 3.14 \times \frac{1}{4}$ は共通になるので 下のように整理することができます。

$(1\times1 + 6\times6 + 8\times8 + 8\times8 + 5\times5)\times3.14\times\frac{1}{4}$

$= (1+36+64+64+25)\times\frac{1}{4}\times3.14$

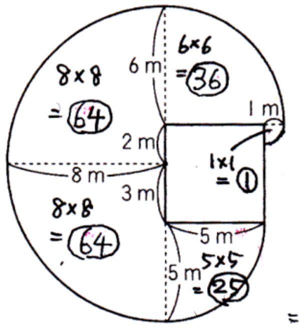
$= 190\times\frac{1}{4}\times3.14$

$= 47.5\times3.14$

$= 149.15$ (m²)

$\boxed{149.15\ \text{m}^2}$

比でやる方法



円は相似形です。

↓

四分円も相似形になります。

相似比が a：b の面積比は a×a：b×b より

ア：イ：ウ：エ：オ
= 1：36：64：64：25

面積の合計は 1+36+64+64+25
= 190 です。

1 は(ア)の面積です。

$1\times1\times3.14\times\frac{1}{4} = \frac{1}{4}\times3.14$

↓

全体の面積は

$190\times\frac{1}{4}\times3.14 = 149.15$
(m²)