

いろいろな場合の数(2)

①

6つの点から3点を選びます。

$$N \text{ 個から } 3 \text{ 点を選ぶ}$$

$$N \times (N-1) \times (N-2) \div 6$$

(注) 3点で直線

(A, B, C) を選ぶとき
順番を考えると

$\begin{matrix} A & B & C \\ & C & B \\ B & A & C \\ & C & A \\ C & A & B \\ & B & A \end{matrix}$
 この6通りが
数えられては
ないので
6 通りです。

したがって

$$6 \times 5 \times 4 \div 6$$

$$= 20$$

20個

②

三角形の一番長い辺は
他の2つの辺の和より短
くなければなりません。

例えば一番長い辺を
a, 他の2辺を b, c と
すると



$$b + c > a$$



三角形が
できたり。

大きい順に並べる。7, 6, 5, 4, 3

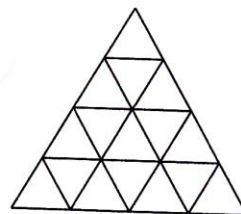
a	< b + c
	(6, 5, 4, 3 から選ぶ)
7cm	$\begin{matrix} 6+5 \\ 6+4 \\ 6+3 \\ \dots \end{matrix}$
	5通り
	$\begin{matrix} 5+4 \\ 5+3 \\ 4+3=7 \end{matrix}$
6cm	(5, 4, 3 から選ぶ)
	$\begin{matrix} 5+4 \\ 5+3 \\ 4+3 \end{matrix}$
	3通り
5cm	(4, 3 から選ぶ)
	4+3 - 1通り

以上より 5+3+1=9 (通り)

9通り

③

1辺の長さで場合分け
します。



• 1辺が1の三角形は
上から 1+3+5+7=16 (個)

• 1辺が2の三角形は



ここに印をつけていくと
数えやすい。

ただし真ん中に逆士の三角形が
1つあるので注意。



$$1+2+3+1=7 \text{ (個)}$$

• 1辺が3の三角形は

3個

• 1辺が4の三角形は

1個

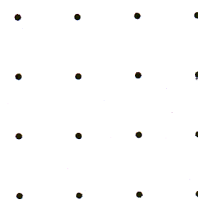
したがって全部で

$$16+7+3+1=27 \text{ (個)}$$

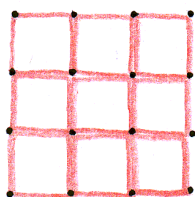
27個

いろいろな場合の数(2)

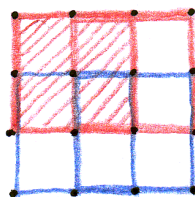
□4 右の図のように、たて、横1cmの間かくて、16個の点が並んでいます。このうち4個の点を選んで、それらを頂点とする正方形を作ります。このとき、正方形は全部で何個できますか。



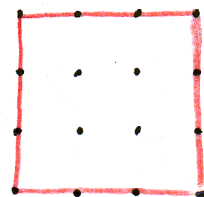
(1) 1辺が1cmの正方形は
9個



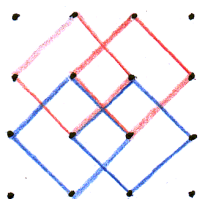
(2) 1辺が2cmの正方形
4個



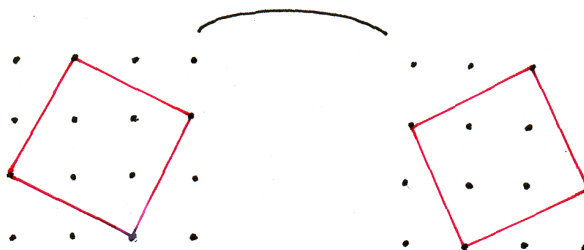
(3) 1辺が3cmの正方形
1個



(4) 斜めの辺
4個



(5) 2個

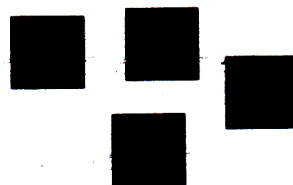


したがって $9 + 4 + 1 + 4 + 2 = 20$ (個)

20個

いろいろな場合の数(2)

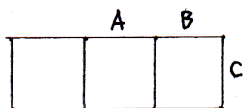
- 5 同じ大きさの正方形のタイルが4枚あります。このタイルを、
 辺と辺がぴったりと重なるように並べていろいろな図形を作り
 ます。何通りの図形ができますか。ただし、回転や裏返して同
 じ形になるものは1通りと考えます。



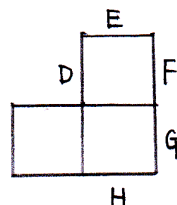
タイルを2枚使ったときは、その2枚を「たて」に並べても「よこ」に並べても
 形は同じですから、3枚を使って並べたときを考えます。

3枚を使ったとき 次の2通りがあります。

(i)



(ii)



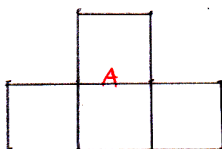
ここはあと1枚をつけていきます。

注意

A, B, C に1枚をつけます。
 それ以外は同じ形になってしまいます。

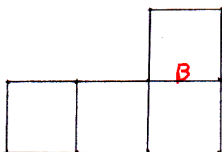
- E につけたとき 図2と同じ
- G につけたとき 図1と同じ
- H につけたとき 図1と同じになります。

(図1)

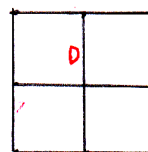


したがって、DとFに1枚をつけます。

(図2)



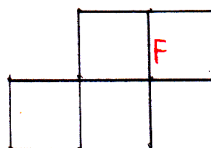
(図4)



(図3)



(図5)

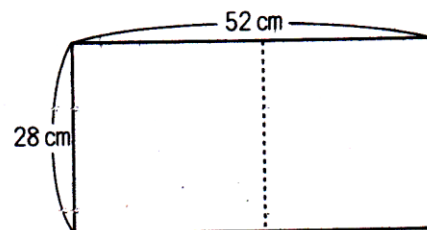


したがって全部で5通り。

5通り

いろいろな場合の数(2)

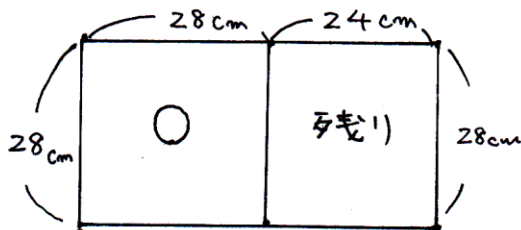
- 6 たて 28 cm, 横 52 cm の長方形の紙から, できるだけ大きな正方形を切り取ります。残った長方形の紙から, また, できるだけ大きな正方形を切り取っていきます。これをくり返したとき, 正方形は全部で何枚になりますか。



短かい方
たての長さが 28 cm ですから 1 辺が 28 cm の正方形をつくります。

$$52 \div 28 = 1 \text{ あまり } 24$$

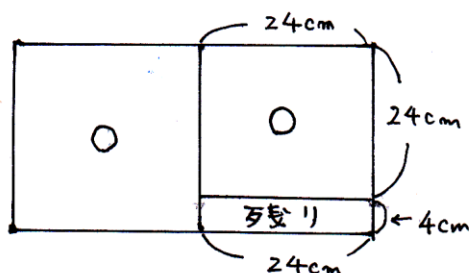
1 枚



残り は 短かい方が 24 cm ですから 1 辺が 24 cm の正方形をつくります。

$$28 \div 24 = 1 \text{ あまり } 4$$

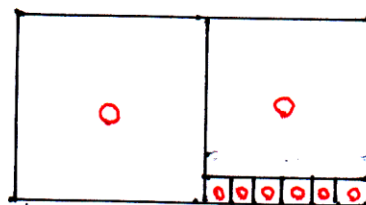
1 枚



次に 1 辺が 4 cm の正方形をつくります。

$$24 \div 4 = 6 \text{ (あまりなし)}$$

6 枚



したがって 全部で

$$1 + 1 + 6 = 8 \text{ (枚)}$$

8 枚

条件整理(1)

①

表をつくり分かれていることを書き入れます。

	1位	2位	3位	4位
春子		○	X	
夏子			○	X
秋子	○		X	
冬子				○

春子さんは秋子さんの次にゴールした。

↓

秋子が1位で春子が2位とわかる。

↓ (2人の順位が逆になる)

夏子は4位でないのだから3位。

↓

冬子が4位となる。

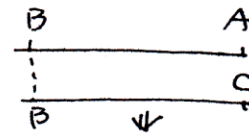
春子-2位, 夏子-3位, 秋子-1位, 冬子-4位

②

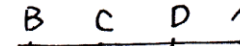
(低い)

(高い)

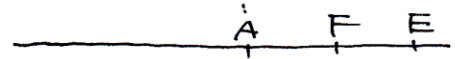
①



①



②



したがって低い順に

B, C, D, A, F, E となります。

B, C, D, A, F, E

③

表をつくり ○ をつけると同時に X をつけていきます。

	A	B	C	D	E
A					
B					
C		X		O	X
D			X		
E			O		

A -- 3勝1敗

B -- 2勝2敗

C -- 1勝3敗

D -- 3勝1敗

E -- 1勝3敗

まず C の 1勝3敗 と D の 3勝1敗 から O, X をつけることができます。

	A	B	C	D	E
A			○	X	○
B	X			X	
C	X	X		O	X
D	○	○	X		○
E	X		O	X	

← A が 3勝1敗より

D が 3勝1敗より

D は A に勝ったことがわかります。

④

2名を選ぶときは $2+1=3$ で割り3位より上に行くように1を足します。

(席に)

$$43 \div 3 = 14 \dots 1$$

3位になるには最高14票とればよい。

↓

3位より上に行くためには1票多くとればよい。

↓

$$14 + 1 = 15 \text{ (票)}$$

15票

D

条件整理(1)

- 5** 40名の生徒がいるクラスで、学級委員1名を選ぶ選挙を行いました。A, B, C, Dの4名が立候補したので、40名全員が1名を選んで投票することになりました。右の表は18票まで開票したものです。Bが必ず当選するためには、残り22票のうち何票以上必要ですか。

立候補者	A	B	C	D
得票数(票)	8	5	3	2

現在Bは2位です。1位になるにはAとの戦になります。

1位 --- A 8票
2位 --- B 5票

) この2人で残りの22票をとりあて
Bが勝つばより。

C、Dを無視すると、最終的な2人の票の合計は $8+5+22=35$ 票と
なります。

$$35 \div 2 = 17 \dots 1$$

∴これより B は $17+1=18$ 票とあれば A に片寄る。

現在5票とっているのだから、あと $18 - 5 = 13$ (票) とあればよい。

13票

- 6** Aさん、Bさん、Cさん、Dさんの4人でゲームをしました。それぞれの得点は少ない方から順に、Aさん、Bさん、Cさん、Dさんになりました。また、2人ずつの得点の合計は15, 17, 19, 20, 22, 24の6種類になりました。Aさんの得点は何点ですか。

$A < B < C < D$ のとき
2数の和の大小は以下
のようになります。

A	B	C	D
1	1	1	1
1	2	3	4

$A+B=3$
 $A+C=4$
 $A+D=5$
 $B+C=5$) 同じ
 $B+D=6$
 $C+D=7$

ニニから分るようは
 $A+D$
 $B+C$ は同じ数値
 になてしまい.
 どっちが大きい
 今のところ
 わかりません

$$\wedge \pi, \tau \text{ ならば } = \text{と.}$$

$$A < B < C < D$$

$$A + B = 15 \dots (7)$$

$$A + C = 17 \dots (1)$$

A + D = 19 + 20

$B + C$

$$B + D = 22$$

$$C + D = 24$$

$$\begin{array}{r} (1) - (7) \quad A + C = 17 \\ \rightarrow A + B = 15 \\ \hline C - B = 2 \end{array}$$

C-B が偶数

$C+B$ 为偶数

↓
 $B+C=20$ となります。

こゝで和差算

$$\begin{array}{r} C+B=20 \\ C-B=2 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} C \quad \overline{} \\ B \quad \underline{} \end{array} \overset{+2}{\overbrace{\hspace{1cm}}}) 20$$

$$C = (20 + 2) \div 2 = 11$$

(1) より $A + C = 17$ なのを2つ

$$A = 17 - 11 = 6$$

6 点

条件整理(2)

$$\begin{array}{r} \square\square\square \\ \times \quad \square\square\square \\ \hline \square\square\square\square\square \\ \square\square\square\square\square \\ \hline \square\square\square\square\square\square \end{array}$$

イ = 8 が分かります。
オ = 6 です。

$$\begin{array}{r} \square\square\square\square \\ \times \quad \square\square\square \\ \hline \square\square\square\square\square\square \\ \square\square\square\square\square\square \\ \hline \square\square\square\square\square\square \end{array}$$

② 38 × 67 = 4□□46
67を約70とすると②は
6か7です。

$$\begin{array}{r} \square\square\square\square \\ \times \quad \square\square\square \\ \hline \square\square\square\square\square\square \\ \square\square\square\square\square\square \\ \hline \square\square\square\square\square\square \end{array}$$

- ③
- ㊦ A + B = D
 - ㊩ E - A = C
 - ㊭ C × C = E
 - ㊯ E ÷ B = E

まず㊯から B = 1 です。
㊭から 2 × 2 = 4
3 × 3 = 9

$$\begin{array}{r} \square\square\square\square\square\square \\ \times \quad \square\square\square\square\square \\ \hline \square\square\square\square\square\square\square\square \\ \square\square\square\square\square\square\square\square \\ \hline \square\square\square\square\square\square\square\square \end{array}$$

A × ア = 152
A × カ = 114 より
Aは152と114の公約数
で2けたの数。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 152, 114} \\ 19 \overline{) 76, 57} \\ \quad 4 \quad 3 \end{array} \Rightarrow \text{最大公約数は } 2 \times 19 = 38$$

上の図で A × 5 は2けたより
A = 19 に決定します。

$$\begin{array}{l} 152 \div 19 = 8 \dots \text{ア} \\ 114 \div 19 = 6 \dots \text{カ} \\ \text{㊦より} \\ 19 \times 865 = 16435 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square\square\square\square\square \\ \times \quad \square\square\square\square\square \\ \hline \square\square\square\square\square\square\square\square \\ \square\square\square\square\square\square\square\square \\ \hline \square\square\square\square\square\square\square\square \end{array}$$

2		ア
7	ウ	
イ		8

1から9までの和を3で
割ると1列の和がでます。

$$\begin{array}{l} 1+2+3+4+5+6+7+8+9 \\ = (1+9) \times 9 \div 2 \leftarrow \text{ガウスの} \\ = 45 \end{array}$$

$$45 \div 3 = 15 \dots \text{1列の和 (ななめも)}$$

$$\text{イ} \dots 15 - (2+7) = 6$$

$$\text{ウ} \dots 15 - (2+8) = 5$$

イ	ウ	ア
6	5	

$$\text{ア} \dots 15 - (6+5) = 4$$

4

C = 2, E = 4 とすると
㊩で 4 - A = 2 A = 2 とならず
しる2けた
こゝで C = 3 E = 9
A = E - C より
9 - 3 = 6 ... A

$$\text{㊦より} \\ 6 + 1 = 7 \dots D$$

A = 6, B = 1, C = 3, D = 7, E = 9

条件整理(2)

- 5 1以外のある数が、偶数なら2で割り、奇数なら1をたすという操作をします。たとえば、はじめの数が3とすると、 $3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ のように、3回の操作で1になります。同じようにある数を操作したところ、全部で5回の操作をして、はじめて1になりました。はじめの数はいくつですか。考えられるものをすべて答えなさい。

5回目 4回目 3回目 2回目 1回目 はじめの数
 $\square \leftarrow \square \leftarrow \square \leftarrow \square \leftarrow \square$

逆のぼって考えます。

□には1以外の数が入ります。

5回目が1になるのは4回目が②のときだけです。

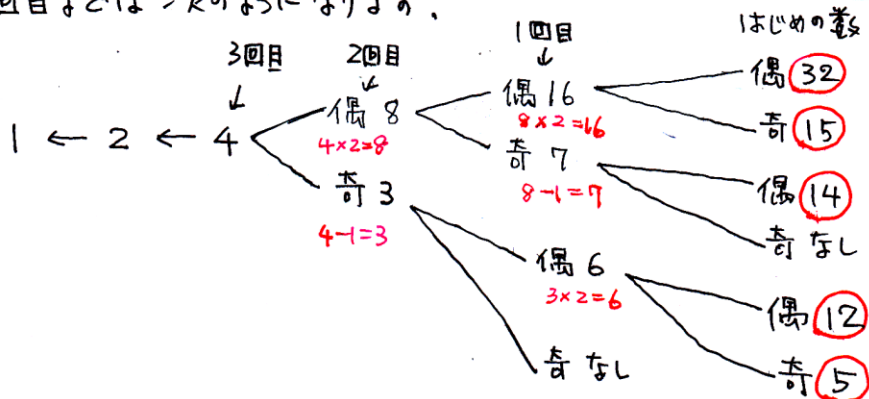
3回目に1は使えませんが 3回目は④のときだけです。

3回目が4ですから2回目は2通り考えられます。

2回目が奇数のときは 3 ($4-1=3$)

偶数のときは 8 ($4 \times 2=8$)

2回目までは次のようになります。



奇数なら1をたす。

↓

1をひく。

偶数なら2でわる

↓

2倍する。

したがって考えられる数は 5, 12, 14, 15, 32

条件整理(2)

- 6 1234 ページの本に、1 ページ目から各ページの1 か所にページ数が書かれています。この本のページを表すのに使われている数字は、全部で何個ですか。たとえば、1033 には数字は4 個使われています。

1 けたの数には数字が1 個使われ、2 けたの数には、数字が2 個使われます。
(たがって けた数に合せて 数えていきます。

- 1 ~ 9 ページまでは1 けたですから 9 個 ----- (ア)
- 10 ~ 99 ページまで、
 (2 けたの場合) 数は $99 - 10 + 1 = 90$
 数字は $90 \times 2 =$ 180 個 ----- (イ)
 ↑
 2 けただから
- 100 ~ 999 ページまで、
 (3 けたの場合) 数は $999 - 100 + 1 = 900$
 数字は $900 \times 3 =$ 2700 個 ----- (ウ)
 ↑
 3 けただから、
- 1000 ~ 1234 ページまで、
 (4 けたの場合) 数は $1234 - 1000 + 1 = 235$
 数字は $235 \times 4 =$ 940 個 ----- (エ)

したがって $9 + 180 + 2700 + 940 = 3829$ (個)

3829 個